COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 FÉVRIER 1851.

PRÉSIDENCE DE M. RAYER.

M. le Ministre de l'Instruction publique transmet l'ampliation d'un décret du Président de la République, qui approuve la nomination de *M. Coste* à la place devenue vacante dans la Section d'Anatomie et de Zoologie, par le décès de *M. de Blainville*.

Sur l'invitation de M. le Président, **M. Coste** prend place parmi ses confrères.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *Suite de la Note sur le mouvement du pendule simple en ayant égard à la révolution diurne de la terre; par* **M. Binet.**

« 1. Les équations différentielles du mouvement relatif d'un pendule simple d'une longueur r, en ayant égard à la rotation diurne de la terre, résultent soit des formules de Laplace, établies dans le quatrième volume de la *Mécanique céleste,* soit de celles que Poisson a données dans le *Journal de l'École Polytechnique,* 26e cahier; je vais rapporter ces formules en me servant, à peu près, de la notation de Poisson : n sera la vitesse angulaire de la terre de l'occident vers l'orient; γ la latitude géographique du point de suspension du pendule; g la pesanteur terrestre combinée avec la force centrifuge locale provenant de la rotation de la terre ; les coordonnées rectangulaires x, y, z auront leur origine au point de suspension ; l'axe positif des x est dirigé vers l'est, l'axe des y vers le nord, et les z positifs sont dirigés de haut en bas, dans le seus vertical de la chute des graves ; N est la tension du fil du pendule simple, ou la pression normale que supporte la surface sphérique : cette force est dirigée vers l'origine des coordonnées, et elle forme avec les axes des angles qui ont $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{z}{r}$ pour cosinus. En négligeant la résistance de l'air, les trois équations différentielles du mouvement du pendule seront

$$(a)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2}+\frac{Nx}{r}&= 2n\sin\gamma\cdot\frac{dy}{dt}+2n\cos\gamma\frac{dz}{dt},\\ \frac{d^2y}{dt^2}+\frac{Ny}{r}&=-2n\sin\gamma\cdot\frac{dx}{dt},\\ \frac{d^2z}{dt^2}+\frac{Nz}{r}&=g-2n\cos\gamma\cdot\frac{dx}{dt}.\end{aligned}\right.$$

» Entre les coordonnées x, y, z, on a

$$x^2+y^2+z^2=r^2,$$

d'où l'on tire les relations

$$x\,dx+y\,dy+z\,dz=0,\quad x\,d^2x+y\,d^2y+z\,d^2z+(dx^2+dy^2+dz^2)=0.$$

En multipliant par dx, dy, dz les équations (a) et en les ajoutant, tous les termes affectés de N et de n se détruisent, et il reste simplement

$$\frac{dx\,d^2x+dy\,d^2y+dz\,d^2z}{dt^2}=g\,dz,$$

dont l'intégrale est

$$\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}=2g(z-c).$$

On aura la pression N en multipliant par x, y, z les mêmes équations différentielles et en les ajoutant ; on remplacera dans la somme $x\,d^2x+y\,d^2y+z\,d^2z$ par $-dx^2-dy^2-dz^2$, et il viendra

$$Nr=gz+\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}+2n\sin\gamma\frac{x\,dy-y\,dx}{dt}+2n\cos\gamma\frac{x\,dz-z\,dx}{dt}.$$

On substitue la valeur $2g(z-c)$, au carré de la vitesse, et il vient

$$Nr=3gz-2gc+2n\sin\gamma\frac{x\,dy-y\,dx}{dt}+2n\cos\gamma\frac{x\,dz-z\,dx}{dt}.$$

La vitesse angulaire de la terre, représentée par le coefficient n dans ces formules, est une très-petite fraction, savoir $n = \frac{2\pi}{86400}$, si l'on prend la seconde sidérale pour unité de temps, et alors $n = 15''$ de degré ; et quand on prend la seconde de temps moyen solaire $n = \frac{2\pi}{86163} = \frac{1}{13713} = 15'',39$, ce qui surpasse un peu la première valeur, rapportée à une autre unité de temps. Tous les termes multipliés par n peuvent être assimilés à des forces perturbatrices du mouvement déterminé par les mêmes équations où l'on aurait posé $n = 0$: ce seraient alors les équations du pendule conique dont on a les intégrales générales qui renferment quatre paramètres arbitraires; pour avoir égard aux termes multipliés par n, selon la méthode connue de la variation des constantes arbitraires, on rendra variables les quatre paramètres; et leurs différentielles étant obtenues pourront être intégrées par approximation.

» Notre objet actuel permet de simplifier cette recherche, parce que nous pouvons nous borner à considérer les petites digressions ou oscillations d'un pendule autour de sa position d'équilibre, ou autour de la verticale; sa distance $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ à l'axe des z doit demeurer une petite quantité, ainsi que les vitesses $\frac{d\rho}{dt}$, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$: elles seront traitées comme des quantités du premier ordre.

» On a

$$z = \sqrt{r^2 - x^2 - y^2} = \sqrt{r^2 - \rho^2} = r - \frac{\rho^2}{2r} - \frac{\rho^4}{8r^3} - \text{etc.};$$

ainsi, voulant négliger les ρ^4 dans z, on aura

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{\rho}{r}\frac{d\rho}{dt}.$$

En remplaçant z par cette valeur dans la dernière des formules (a), on aura

$$\mathrm{N} = \left[g + \frac{d(\rho\, d\rho)}{r\,dt^2} - 2n\cos\gamma\frac{dx}{dt}\right]\left(1 + \frac{\rho^2}{2r^2}\right),$$

où $1 + \frac{\rho^2}{2r^2}$ remplace le facteur $\frac{r}{z}$; dans la première approximation, on peut négliger le terme $2n\cos\gamma.\frac{dx}{dt}$, ainsi que les termes en ρ et $\frac{d\rho}{dt}$ qui demeurent du second ordre : on y aura égard si on le veut dans une approximation ultérieure. La valeur N sera ainsi réduite à $\mathrm{N} = g$. Pour abréger, nous poserons $\frac{N}{r} = \frac{g}{r} = h^2$, et les deux premières équations (a) deviendront

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + h^2 x = \quad 2n \sin\gamma . \frac{dy}{dt} + 2n \cos\gamma \frac{dz}{dt},$$
$$\frac{d^2 y}{dt^2} + h^2 y = -\, 2n \sin\gamma . \frac{dx}{dt}.$$

le terme $2n\cos\gamma . \frac{dz}{dt} = -2n\cos\gamma . \frac{\rho}{r}\frac{d\rho}{dt}$ doit être rejeté dans l'approximation suivante, étant de l'ordre déjà négligé dans le premier membre où N est remplacé par rh^2. Les équations deviennent donc, en posant $n\sin\gamma = k$,

$$(a') \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + h^2 x &= \quad 2k\frac{dy}{dt}, \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + h^2 y &= -\, 2k\frac{dx}{dt}. \end{aligned} \right.$$

» On satisfait à ces équations linéaires par les valeurs

$$x = p\cos(\mu t + \varepsilon), \qquad y = p\sin(\mu t + \varepsilon),$$

p et ε étant deux constantes arbitraires, et μ une quantité constante qui va être déterminée. La substitution dans l'une ou l'autre des équations (a) donne la même formule, savoir

$$p(h^2 - \mu^2)\sin(\mu t + \varepsilon) = 2kp\mu\sin(\mu t + \varepsilon);$$

après avoir divisé par $p\sin(\mu t + \varepsilon)$, cela se réduit à

$$h^2 - \mu^2 = 2k\mu.$$

On obtiendra μ en résolvant l'équation

$$\mu^2 + 2k\mu - h^2 = 0;$$

ses racines μ et μ_1 sont de signes contraires, savoir,

$$\mu\ = -k + \sqrt{h^2 + k^2},$$
$$\mu_1 = -k - \sqrt{h^2 + k^2}.$$

On remarquera que $k^2 = n^2\sin^2\gamma$ est une quantité négligeable relativement à $h^2 = \frac{g}{r}$, parce que $n = \frac{1}{13713}$; et nous prendrons $\mu = h - k$, $\mu_1 = -h - k$. On satisfait évidemment aux mêmes équations (a') par les valeurs

$$x = p_1\cos(\mu_1 t + \varepsilon_1), \quad y = p_1\sin(\mu_1 t + \varepsilon_1);$$

or, les équations différentielles étant linéaires, l'on sait que les expressions générales des variables x et y se composent de la somme des valeurs particulières, ainsi l'on a

$$x = p\cos(\mu t + \varepsilon) + p_1\cos(\mu_1 t + \varepsilon_1),\quad y = p\sin(\mu t + \varepsilon) + p_1\sin(\mu_1 t + \varepsilon_1).$$

L'instant à partir duquel on compte le temps étant arbitraire, on pourra rendre égales les constantes arbitraires $\varepsilon = \varepsilon_1$; la constante ainsi supprimée sera comprise dans la variable t : les deux autres constantes p, p_1, quoique arbitraires, doivent cependant être telles que x et y demeurent de petites quantités, selon l'hypothèse.

» Ajoutons les carrés des coordonnées

$$x = p\cos(\mu t + \varepsilon) + p_1\cos(\mu_1 t + \varepsilon),$$
$$y = p\sin(\mu t + \varepsilon) + p_1\sin(\mu_1 t + \varepsilon);$$

cela donne, pour $\rho^2 = x^2 + y^2$,

$$\rho^2 = p^2 + p_1^2 + 2pp_1\cos(2ht),$$

parce que $\cos(\mu t - \mu_1 t) = \cos(2ht)$. Cette valeur revient à

$$\rho^2 = (p + p_1)^2\cos^2(ht) + (p - p_1)^2\sin^2(ht);$$

et, en posant

$$p + p_1 = \rho_1,\quad p - p_1 = \rho_2,$$

on aura

$$\rho^2 = \rho_1^2\cos^2(ht) + \rho_2^2\sin^2(ht).$$

Ainsi la valeur de ρ^2 est nécessairement comprise entre ρ_1^2 et ρ_2^2, et en supposant que ρ_1 soit supérieur à ρ_2, on aura constamment

$$\rho_1 > \rho > \rho_2.$$

Par conséquent, il suffit que la constante $\frac{\rho_1}{r}$ soit une petite quantité pour que ces résultats soient conformes à l'hypothèse des petites oscillations.

2. On voit qu'après chaque durée

$$t = \frac{\pi}{h} = \pi\sqrt{\frac{r}{g}},$$

la distance ρ reprend périodiquement sa valeur, mais il n'en est pas tout à fait ainsi de x et y : ces coordonnées éprouvent de petites altérations dont nous allons reconnaître les effets. Substituons dans x et y pour μ et μ_1

les quantités $h-k$, $-h-k$; elles deviennent

$$x = p\cos(ht+\varepsilon-kt)+p_1\cos(ht-\varepsilon+kt),$$
$$y = p\sin(ht+\varepsilon-kt)-p_1\sin(ht-\varepsilon+kt);$$

ou bien

$$x = \cos ht\left[\overline{p+p_1}\cos(\varepsilon-kt)\right]-\sin ht\left[\overline{p-p_1}\sin(\varepsilon-kt)\right],$$
$$y = \sin ht\left[\overline{p-p_1}\cos(\varepsilon-kt)\right]+\cos ht\left[\overline{p+p_1}\sin(\varepsilon-kt)\right];$$

or $p+p_1=\rho_1$, $p-p_1=\rho_2$; on a donc

$$x = \rho_1\cos ht\cos(\varepsilon-kt)-\rho_2\sin ht\sin(\varepsilon-kt),$$
$$y = \rho_2\sin ht\cos(\varepsilon-kt)+\rho_1\cos ht\sin(\varepsilon-kt),$$

d'où l'on tire

$$\rho_1\cos kt = \quad x\cos(\varepsilon-kt)+y\sin(\varepsilon-kt),$$
$$\rho_2\sin ht = -x\sin(\varepsilon-kt)+y\cos(\varepsilon-kt).$$

» Pour interpréter plus clairement ces expressions, nous concevrons le pendule simple (ou l'extrémité du rayon sphérique) comme projeté sur le plan tangent horizontal, inférieur à la sphère décrite avec le rayon r; nous nommerons P cette projection mobile à l'égard de deux axes des x et y parallèles à ceux qui passaient par le point de suspension; le point mobile ne s'écartant du plan tangent inférieur que d'une quantité du second ordre, est dans toutes ses situations extrêmement voisin de sa nouvelle projection : suivre des yeux cette projection est presque suivre le pendule lui-même.

» Soit v l'azimut de la projection horizontale P mesurée de l'*est* vers le *nord*, c'est-à-dire dans le sens de circulation des x positifs aux y positifs; en sorte que

$$x = \rho.\cos v,\quad y = \rho.\sin v;$$

par les valeurs précédentes, on aura

$$\rho_2\sin(ht) = \rho[\sin v\cos(\varepsilon-kt)-\cos v\sin(\varepsilon-kt)],$$

ou bien

$$\rho_2\sin(ht) = \rho\sin(v-\varepsilon+kt),$$

et semblablement

$$\rho_1\cos(ht) = \rho\cos(v-\varepsilon+kt).$$

Soit encore

$$\xi = \rho \cos(\nu - \varepsilon + kt), \quad \upsilon = \rho \sin(\nu - \varepsilon + kt);$$

on voit que ξ est la projection du point P sur une droite qui comprendra l'angle $\varepsilon - kt$ avec l'axe des x, car elle forme alors l'angle $\nu - \varepsilon + kt$ avec ρ ; υ sera la perpendiculaire abaissée de P sur cette même droite ; et ξ et υ sont deux coordonnées rectangulaires rapportées à des axes qui forment avec les x positifs les angles $\varepsilon - kt$, $\frac{\pi}{2} + \varepsilon - kt$; l'axe des ξ est donc une droite mobile. Cela posé, on a

$$\sin(ht) = \frac{\upsilon}{\rho_2}, \quad \cos(ht) = \frac{\xi}{\rho_1},$$

et en ajoutant les carrés de ces valeurs,

$$1 = \frac{\upsilon^2}{\rho_2^2} + \frac{\xi^2}{\rho_1^2};$$

ainsi les coordonnées υ et ξ appartiennent à une ellipse dont les axes $2\rho_1$ et $2\rho_2$ sont constants ; mais le grand axe de cette ellipse est uniformément mobile autour de son centre. La valeur de l'angle azimuthal $\widehat{x\xi} = \varepsilon - kt$ prouve que le sens du mouvement est rétrograde du nord vers l'est, la vitesse angulaire constante $\frac{d\nu}{dt}$, étant $k = n \sin \gamma$, où γ est la latitude. Cette vitesse est nulle quand la station est à l'équateur où $\gamma = 0$; elle serait $n = \frac{2\pi}{86163}$ pour une station polaire. Quand on pose $n = 0$, selon l'hypothèse ordinaire où l'on néglige la rotation de la terre, la projection devient l'ellipse invariable indiquée par M. Pouillet, dans le cas des petites oscillations du pendule simple.

» La durée d'une oscillation étant $\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$, la déviation de l'axe de l'ellipse est, pendant ce temps, de $n \sin\gamma . \pi\sqrt{\frac{r}{g}}$; quantité extrêmement petite, mais qui, se reproduisant dans le même sens à chaque oscillation, devient promptement sensible et appréciable.

» La vitesse angulaire du plan oscillatoire autour de la verticale est $k = n \sin\gamma$; il convient de remarquer qu'elle est précisément égale en grandeur, et de direction contraire à une composante de la vitesse de rotation de la terre n décomposée en deux vitesses angulaires : l'une aurait pour axe de rotation la verticale, et l'autre, la méridienne dirigée vers le nord. Ces deux droites et une parallèle à l'axe de la terre passant par le point de suspension du pendule sont dans un même plan; la parallèle à l'axe de la terre fait avec la méridienne, l'angle γ, et l'angle $90^\circ - \gamma$ avec la verticale; d'après le théorème d'Euler sur les vitesses angulaires de rotation, la composante de n autour de la verticale est $n \sin \gamma$, et la seconde composante de n autour de la méridienne est $n \cos \gamma$. Ainsi l'angle azimuthal s'accroît comme si la terre était entraînée autour de la verticale par la composante horizontale de sa vitesse angulaire, et que le plan oscillatoire fût entièrement fixe, sans avoir égard à la seconde composante $n \cos \gamma$. Au pôle, cette dernière composante est nulle; la proposition est alors évidente et c'est le point de départ des considérations ingénieuses qui ont amené M. Foucault à son expérience.

» On construit facilement les valeurs des coordonnées

$$\xi = \rho_1 \cos(ht), \quad \upsilon = \rho_2 \sin(ht),$$

qui assignent la position du point P sur l'ellipse.

» Soit O son centre, et OG la direction de l'axe $2\rho_1$, formant avec l'axe des x l'angle $\varepsilon - kt$; sur le grand axe $2\rho_1$ comme diamètre, on décrit un cercle, et l'on trace un rayon OP', formant avec OG l'angle $\mathrm{GOP}' = ht$; du point P' de la circonférence on abaisse une ordonnée P'G sur le grand axe; elle rencontre en P l'ellipse, et l'on a

$$\begin{aligned} \mathrm{OG} &= \rho_1 \cos(ht) = \xi, \\ \mathrm{GP} &= \rho_2 \sin(ht) = \upsilon. \end{aligned}$$

Ainsi, ρ sera $\mathrm{OP} = \sqrt{\xi^2 + \nu^2}$; l'angle $\mathrm{GOP} = \nu - \varepsilon + kt$; et l'on a

$$\frac{\upsilon}{\xi} = \operatorname{tang}(\nu - \varepsilon + kt) = \frac{\rho_1}{\rho_2} \operatorname{tang}(ht).$$

» Cette construction est semblable à celle qui détermine la position de l'axe de la terre à l'égard de sa position moyenne, dans la théorie de la nutation.

» 3. Je rapporterai ici le procédé qui me conduisit d'abord au résultat principal, avant d'avoir développé une partie des calculs précédents. Les deux premières équations (a) sont

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\mathrm{N}x}{r} &= 2n \sin\gamma \frac{dy}{dt} + 2n \cos\gamma \frac{dz}{dt}, \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{\mathrm{N}y}{r} &= -2n \sin\gamma \frac{dx}{dt}; \end{aligned}$$

on élimine N, et il vient :

$$\frac{x\,d^2y - y\,d^2x}{dt} = -2n\sin\gamma(x\,dx + y\,dy) - 2n\cos\gamma\, y\,dz.$$

On peut effectuer l'intégration sur deux parties de cette formule, et l'on aura

$$\frac{x\,dy - y\,dx}{dt} + k(x^2 + y^2) = G - 2n\cos\gamma\int y\,dz,$$

où G est une constante arbitraire. Mais $\tang v = \frac{y}{x}$ donne $dv = \frac{x\,dy - y\,dx}{x^2 + y^2}$, et l'équation précédente, divisée par $\rho^2 = x^2 + y^2$, devient

$$\frac{dv}{dt} + k = \frac{G}{\rho^2} - \frac{n\cos\gamma}{\rho^2}\int y\,dz.$$

Cette équation admet des oscillations coniques ou planes, et d'amplitude quelconque. Au pôle, le dernier terme disparaît, à cause de $\cos\gamma$, et alors $k = n$; à une latitude γ, le dernier terme contient l'intégrale $\int y\,dz$, qui, étant multipliée par n, autorise à remplacer y et dz par les valeurs qui conviennent au pendule non troublé. Dans les petites oscillations, et d'après les valeurs précédentes (n° **2**), on aura

$$y\,dz = -\frac{h}{r}(\rho_1^2 - \rho_2^2)\sin(2ht)[\rho_1\sin ht\cos\varepsilon + \rho_2\cos ht\sin\varepsilon],$$

dont l'intégrale sera périodique : après l'avoir divisée par ρ^2, le terme restera périodique; il sera, d'ailleurs, d'un ordre inférieur aux autres termes de la même formule, et négligeable dans la première approximation; la formule, ainsi réduite à

$$\frac{dy}{dt} + k = \frac{G}{\rho_1^2\cos^2(ht) + \rho_2^2\sin^2(ht)},$$

n'est que la différentielle de l'équation

$$\tang(v - \varepsilon + kt) = \frac{\rho_2}{\rho_1}\tang(ht),$$

que d'autres combinaisons nous ont donnée depuis. Quand les oscillations sont planes, l'axe $2\rho_2$ de l'ellipse mobile est nul, mais ρ_1 subsiste toujours, et l'on a $v = \varepsilon - kt$, v étant l'azimut du plan d'oscillation. La formule montre ainsi que le plan a un mouvement rétrograde dont la vitesse constante est $k = n\sin\gamma$, c'est-à-dire que le plan tourne uniformément autour de la verticale du nord vers l'est, ou du sud vers l'ouest, conformément à la théorie de M. Foucault, que l'expérience a confirmée. »

Remarques de **M. Poinsot** *sur l'ingénieuse expérience imaginée par* M. Léon Foucault *pour rendre sensible le mouvement de rotation de la terre.*

« Je remarque d'abord que le phénomène dont il s'agit dans cette expérience ne dépend au fond, ni de la gravité, ni d'aucune autre force. Le mouvement qu'on observe dans le plan d'oscillation d'un pendule simple, et par lequel ce plan paraît tourner autour de la verticale dans le même sens que les étoiles, et qui ferait ainsi un tour entier en vingt-quatre heures si l'on était au pôle, et ne fait de ce tour qu'une fraction marquée par le sinus de la latitude du lieu où l'on fait l'expérience; ce mouvement, dis-je, est un phénomène purement géométrique, et dont l'explication doit être donnée par la simple géométrie, comme l'a fait M. Foucault, et non point par des principes de dynamique qui n'y entrent pour rien.

» Le problème est de trouver sur la terre quelque objet ou quelque plan dont on puisse assurer qu'il demeure fixe dans l'espace absolu, ou du moins qu'il ne participe pas au mouvement de rotation que la terre pourrait avoir autour de la verticale du lieu de l'observateur. Car si l'on a un tel plan, et qu'on le voie tourner autour de la verticale dans un certain sens, il est manifeste que ce sera la terre elle-même qui tourne en sens contraire.

» Toute la difficulté de la question est donc de se procurer, sur la terre, quelque plan qui jouisse de la propriété qu'on vient de dire.

» M. Foucault prend dans cette vue le plan d'oscillation d'un pendule libre suspendu par un fil flexible; et en effet, il est assez clair que ce pendule, étant écarté de sa position d'équilibre, doit se mouvoir dans un plan vertical qui ne participe point à la rotation de la terre *estimée* autour de la verticale. Ce plan, par la rotation de la terre estimée autour de l'*horizontale*, peut bien changer de place, mais il ne change point d'orientation sur le globe. Ainsi le plan que M. Foucault a choisi remplit bien son objet, et, par les soins délicats qu'il a mis à la construction de son appareil, l'expérience a parfaitement réussi.

» Mais j'ai songé que ce plan d'oscillation d'un pendule pourrait être remplacé par un autre plus persistant, et qu'on pourrait observer aussi longtemps qu'on le voudrait sans toucher à l'appareil. Ce serait, par exemple, de considérer un ressort coudé dont les deux branches égales auraient été, plus ou moins, rapprochées l'une de l'autre, et liées ensemble, aux deux bouts, par un fil qui les maintiendrait dans cet état.

» Ce ressort ainsi plié serait, au sommet de l'angle, suspendu suivant la verticale, et on lui donnerait la plus grande liberté possible pour tourner sur cette verticale. Le corps étant dans cet état et en repos, je suppose qu'on vienne couper le fil qui retenait ensemble les deux branches; l'angle du ressort s'ouvre, et détermine un plan, qui ne peut tourner autour de la verticale qu'avec une vitesse angulaire v', plus petite que la vitesse v qu'il avait autour de la même ligne, quand les deux branches n'en formaient pour ainsi dire qu'une seule.

» Et, en effet, par notre opération, la masse du corps n'est pas changée, mais son moment d'inertie a, relatif à la verticale, est augmenté et devenu A; et, comme le couple $a.v$ qui l'animait dans l'état primitif, reste égal au couple $A.v'$ qui l'anime actuellement, on a l'équation $av = Av'$, d'où l'on tire $v' = \frac{a}{A} \cdot v$. Si donc la terre tourne sur la verticale avec la vitesse v, notre plan nous paraîtra tourner en sens contraire avec une vitesse $\varphi = v - v' = v\frac{A-a}{A}$. De cette vitesse observée φ, on conclura v; et, si l'on nomme λ la latitude, on aura (en prenant le jour sidéral pour unité de temps), $\sin\lambda = \frac{v}{2\varpi}$; d'où l'on voit que la machine pourrait donner, au besoin, la latitude du lieu où l'on fait l'expérience.

» Je n'ai pas le temps d'entrer ici dans plus de détails; j'y reviendrai, s'il est nécessaire. Je sais, d'ailleurs, que M. Foucault, qui assistait à la séance, a sur-le-champ saisi mon idée, et qu'il se propose de construire cette machine délicate, ou toute autre équivalente, qui serait également propre à fournir une nouvelle preuve du mouvement de rotation de la terre. »

ANALYSE. — *Mémoire sur l'application du calcul des résidus à plusieurs questions importantes d'analyse; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Les principes du calcul des résidus, et les formules que j'en ai déduites dans divers Mémoires, fournissent immédiatement la solution d'un grand nombre de questions importantes. S'agit-il, par exemple, de développer une fonction en une série d'exponentielles, ou plus généralement en une série dont les divers termes dépendent des diverses racines d'une équation transcendante; s'agit-il de démontrer la convergence d'une telle série, ou bien encore de transformer les fonctions à simple ou à double période, et en particulier les fonctions elliptiques en produits composés d'un nombre infini de facteurs? Les formules et les théorèmes que j'ai donnés, dès l'an-