

RAPPORT DE STAGE

Johan DINH, L3 Mécanique, UJF Grenoble
Choaïb KORIBA, L3 Mécanique, UJF Grenoble

Date de soutenance : 28/05/2014

ÉTUDE DES EFFORTS DE L'EAU SUR UNE BARRIÈRE SOUS-MARINE DE PROTECTION ANTI-REQUINS

Maître de stage : Achim WIRTH, chargé de recherche et directeur du laboratoire, LEGI, INP Grenoble

Tuteur : Nathanaël CONNESSON, Maître de conférences, UJF / TIMC-IMAG, Grenoble



Remerciements :

A Mr Achim Wirth, pour nous avoir initié aux méthodes de recherches avec patience, intérêt et écoute, sur un sujet ne concernant pas directement ses axes de travail actuels même s'il est intéressant.

Aux chercheurs du LEGI, qui nous ont accueillis dans le laboratoire et soutenus dans nos calculs et recherches. Une mention particulière est à rendre à Thomas Barois (post-doctorant) et Philippe Larroudé (Maître de Conférences) pour leur aide.

RÉSUMÉ POUR DÉCIDEUR

Cette étude s'intéresse au comportement, sous l'action des courants marins, d'un système de protection des plages contre les attaques de requins sur l'Île de la Réunion. Elle présente des résultats obtenus pour différents modèles de "barrières" de corde et de filets.

Afin de simplifier les calculs, la vitesse du courant est considérée invariante dans le temps et dans l'espace.

Le modèle formé d'un rideau de cordes auto-flottantes en polypropylène de 1 cm de diamètre et espacées de 20 cm ne présente pas de résultats satisfaisants.

En effet, sans adjonction de flotteurs en tête pour maintenir les cordes à la verticale, un courant moyen (environ 1m/s) suffit à abaisser fortement ces cordes vers le fond de la mer : par 12 m de fond, la distance entre le haut de la corde et la surface est d'environ 11 m. De plus, il est probable que ces cordes s'entremêlent à cause de l'action du courant, les rendant peu viables.

Pour pallier à ces problèmes, l'inclusion d'un flotteur fixé à l'extrémité de la corde semble s'imposer. En négligeant les efforts du courant sur la corde, ce modèle semble fonctionnel, mais les calculs montrent que pour des flotteurs de taille raisonnable cette approximation rend les résultats peu fiables.

Un système de type filet maintenu en tête par des flotteurs se révèle plus efficace. Le volume des bouées dépend de la longueur verticale du filet, et peut donc être optimisé. En revanche, les efforts sur les ancrages sont beaucoup plus importants que dans les cas précédents.

Afin de présenter un filet sans "pollution visuelle", un modèle similaire a été étudié pour disposer des flotteurs submergés. Toutefois, le volume de ces bouées est très important pour maintenir le haut des cordes à une distance raisonnable de la surface : environ 50 litres d'air par mètre de barrière pour un courant moyen de 1m/s. De plus, les efforts sur les ancrages restent également très importants.

Pour cette étude d'approche, le modèle le plus approprié semble être celui d'un filet de grande taille maintenu en tête et à la surface par des flotteurs. La barrière se maintient jusqu'à la surface tout en restant discrète.

PRÉSENTATION DU LABORATOIRE

Le Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI) est une unité mixte de recherche (UMR 5519) tuteurée conjointement par le CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique), l'Université Joseph Fourier et l'Institut National Polytechnique. Cette association multiple est réciproquement bénéficiaire ; en effet, elle est source de financements et d'effectifs (chercheurs, doctorants, stagiaires) pour le laboratoire, qui contribue pour sa part à l'excellente visibilité de ses partenaires grâce aux installations de qualité dont il dispose et à la renommée de ses travaux de recherche.

En moyenne 100 à 130 personnes travaillent au sein du LEGI, se répartissant en 4 équipes principales. Elles étudient les fluides géophysiques et industriels sous différents aspects : énergétique, écoulements multiphasiques, turbulences. Aux méthodes de modélisation et d'instrumentations, s'ajoute la mise à disposition de plus de 40 bancs d'expérimentation uniques. Entre autres : une soufflerie à bas niveau de turbulence de grande taille, un tunnel hydrodynamique, un canal à houle de 36 mètres de long, une grande plaque tournante simulant la rotation terrestre.

De plus, une part des membres d'équipes réalisent en parallèle des mesures terrain réelle sur le terrain : ainsi, un séjour scientifique récent en Antarctique ou encore de fréquents déplacements dans le golfe du Lion sont réalisés par des membres de l'équipe MEIGE (Modélisation, Expériences et Instrumentations pour la Géophysique et l'Environnement).

Cette équipe est composée de 12 membres permanents, chercheurs et enseignants-chercheurs, et, pour l'heure, d'autant de doctorants. Des stagiaires en Master et Licence sont régulièrement accueillis en supplément pour valider leurs études et soutenir le travail de recherche.

La présente étude est effectuée sous la tutelle du directeur habilité du laboratoire, Mr Achim Wirth, chargé de recherche au sein de ce groupe de travail. Répondant à un appel d'offres de stages à l'Université Joseph Fourier (UJF), et à la sollicitation de Mr Fabien Coqueret, entrepreneur en Île de Réunion, il a soumis ce travail à la charge de stagiaires afin de proposer une première idée sur la faisabilité du projet.

Table des matières

GRANDEURS ET UNITÉS	5
INTRODUCTION	5
1 INTRODUCTION AUX CALCULS	8
1.1 Considérations	8
1.2 Traînée et portance d'un cylindre	8
1.3 Angle d'attaque	9
1.4 Notion de gravité réduite	10
2 BARRIÈRE DE CORDES VERTICALES	11
2.1 Forme de la corde	11
2.2 Relation entre inclinaison et courant	12
2.3 Discussion sur les paramètres	13
2.4 Forces sur l'ancrage	13
2.5 Conclusion	14
3 BARRIÈRE AVEC FLOTTEURS	16
3.1 Forces sur le flotteur seul	16
3.2 Prise en compte de la corde	18
3.3 Conclusion	18
4 FILET À FLOTTEURS APPARENTS	19
4.1 Fonction de forme	19
4.1.1 Équation type chaînette :	19
4.1.2 Calcul des constantes :	20
4.2 Effort sur le dispositif et dimensionnement de la bouée	21
4.2.1 Force de traînée sur le filet	21
4.2.2 Forces sur l'ancrage	21
4.3 Dimensionnement de la bouée	23
4.4 Conclusion	23
5 FILET À FLOTTEURS IMMERGÉS	24
5.1 Équation de forme	24
5.2 Forces sur l'ancrage	27
5.3 Conclusion	27
CONCLUSION	28
BIBLIOGRAPHIE	
ANNEXES	

GRANDEURS ET UNITÉS

m = densité linéique de cordes verticales (nœuds par mètre horizontal)

n = densité linéique de cordes horizontales (nœuds par mètre vertical)

D = diamètre de la corde [m]

R_s = rayon d'une bouée sphérique [m]

α = angle d'attaque du courant, voir page 7

C_d = coefficient de traînée de la corde (sans dimension) [1]

C_{ds} = coefficient de traînée d'une sphère

h = profondeur de l'eau [m]

d = distance à la surface de l'extrémité libre d'une corde [m]

h' = $h-d$ = hauteur de l'extrémité supérieure de la corde [m]

u = vitesse du courant [m/s]

α = angle d'attaque de l'eau sur la corde [rad]

V_b = volume d'une bouée (flotteur) [m^3]

$V_{b/2}$ = volume d'une demi-bouée [m^3]

ρ_{eau} = masse volumique de l'eau (1000 kg/ m^3)

ρ_{air} = masse volumique de l'air (1.2 kg/ m^3)

ρ_{poly} = masse volumique du polypropylène (900 kg/ m^3)

g = accélération de la pesanteur, ou constante de gravité (9.81 m/s²)

g' = gravité réduite, voir page 8 [m/s²]

ν = viscosité cinématique de l'eau (10⁻⁶ m²/s)

Re = nombre de Reynolds de l'écoulement = $u.D/\nu$ (sans dimension) [1]

INTRODUCTION

Les sports d'eau sont en pleine essor, attirant un nombre croissant d'amateurs, et il devient nécessaire de fournir une bonne sécurité afin de limiter le nombre d'accidents. À la demande d'un entrepreneur local, les barrières faisant l'objet de l'étude vont donc servir à protéger des plages de baignade et des spots de surf autour de l'île de la Réunion contre l'attaque de requins. En raison de la situation géographique, au cœur d'une zone fréquemment secouée par des cyclones dans l'Océan Indien, les efforts seront parfois extrêmes sur les ancrages. Ils varieront sans doute en fonction de la direction et la vitesse du courant, de l'amplitude de la houle, de la topographie du fond (reliefs rocheux ou sable plan)... etc ; mais aussi, bien sûr, du filet lui-même, à savoir sa composition (matériau), ses dimensions, ses fixations.

Dans le cadre d'un stage clôturant une Licence Mécanique à l'UFR PHITEM de l'Université Joseph Fourier, la présente étude s'appliquera modestement à quantifier ces efforts en fonction des paramètres sous contrôle, en proposant quelques modèles réalisables.

Les supports d'édition du présent document sont les logiciels LaTeX pour la mise en page et la rédaction, Scilab pour les calculs numériques et le tracé des graphes, et enfin Paint pour le dessin des schémas.

1 INTRODUCTION AUX CALCULS

1.1 Considérations

À l'origine, l'idée du filet de protection anti-requins consisterait à placer un rideau de "cordes" verticales en matériau léger auto-flottant (polypropylène), accrochées au fond à une chaîne fixe à 20cm d'intervalle. L'autre extrémité des cordes est libre et se déplace au gré du courant. Ces rideaux se destinent à un implant sur des zones où le fond se situe entre 1m et 20m de profondeur, et pour couvrir des distances comprises entre 150m et 600m le long des côtes.

Dans les calculs, ces éléments de cordage seront modélisés par des cylindres afin de rapporter le problème à un objet simple dont les caractéristiques et le comportement sont connus d'un point de vue mécanique. De plus, s'il est notoire que le courant marin présente un gradient de vitesse entre la surface et le fond, cette propriété sera négligée dans le raisonnement ; le champ de vitesse est considéré constant.

1.2 Traînée et portance d'un cylindre

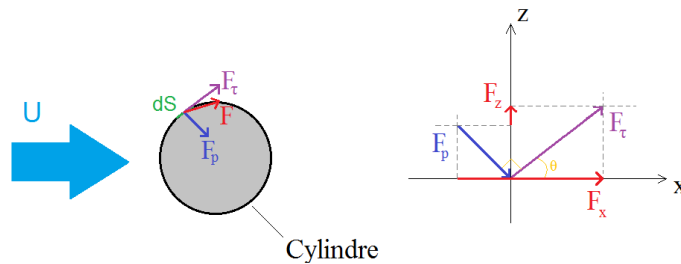


FIGURE 1 – Forces de pression et de frottement sur un cylindre

Lorsque un fluide visqueux s'écoulant à vitesse constante \vec{u} se heurte à un cylindre vertical, immobile, de longueur l et de diamètre D , il lui applique, sur chaque élément de surface dS une force normale de pression $dF_p = p dS$ et une friction tangentielle $dF_\tau = \tau dS$ telles qu'indiqué sur la Figure 1 ci-dessus. L'élément de surface dS est incliné avec un angle θ par rapport à l'axe horizontal \vec{e}_x . En projetant ces forces sur les axes \vec{e}_x et \vec{e}_z du repère, la résultante vaut donc : $d\vec{F} = (\tau \cos(\theta) + p \sin(\theta)) dS \vec{e}_x + (\tau \sin - p \cos(\theta)) dS \vec{e}_z$. Il faut ensuite intégrer cette force sur toute la surface pour obtenir la résultante appliquée. Ses composantes sur les deux axes du plan d'écoulement sont :

$$F_x = \int_s p \sin(\theta) dS + \int_s \tau \cos(\theta) dS \text{ (force de traînée)}$$

$$F_z = \int_s -p \cos(\theta) dS + \int_s \tau \sin(\theta) dS \text{ (portance)}$$

voir Figure 1.

Traînée : Ces deux expressions intégrales ne sont exprimées ici que pour mettre en valeur la présence de deux forces dirigées respectivement selon les axes \vec{e}_x et \vec{e}_z ; mais leur valeur est déterminé de manière empirique.

Pour un cylindre situé dans le plan perpendiculaire à l'écoulement, la force de traînée est proportionnelle au contour du cylindre situé dans le même plan, soit une aire rectangulaire égale à : $A_p = D l$, où l est la hauteur du cylindre, D son diamètre ; et à un facteur adimensionnel, le coefficient de traînée C_d , dépendant de la forme de l'obstacle dans le plan de l'écoulement (ici la base ronde du cylindre) et de la densité ρ de

l'eau. C'est cette simplification qu'explique le maître de conférences (ISIM) Régis Joulié, dans son ouvrage de Mécanique des Fluides Appliquée. La force devient :

$$F_x = C_d A_p \frac{1}{2} \rho u^2.$$

Le coefficient de traînée susnommé dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement. Ce nombre adimensionnel est une fonction de la vitesse d'écoulement u , du diamètre de l'objet étudié D , et de la viscosité du fluide ν selon la relation : $Re = \frac{uD}{\nu}$ (sans unité). Il existe des abaques et graphiques représentant les valeurs de ce coefficient, tels que celui-ci :

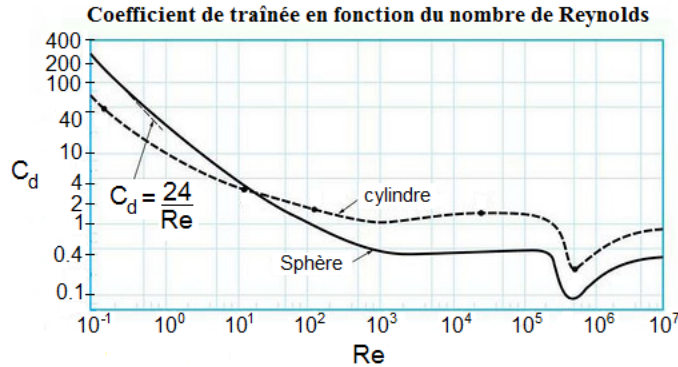


FIGURE 2 –

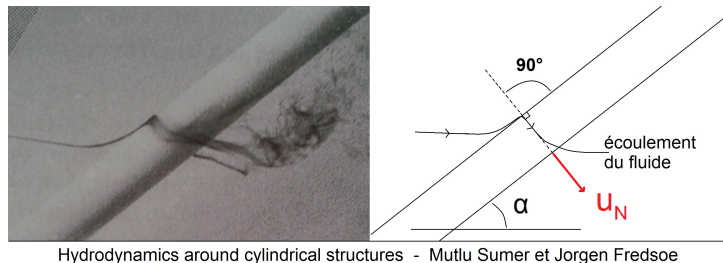
Portance : La force de portance se formule de manière équivalente, en remplaçant simplement le coefficient de traînée par celui de la portance, C_z :

$$F_z = C_z A_p \frac{1}{2} \rho u^2.$$

Par symétrie, cette force est nulle pour un cylindre situé dans un plan perpendiculaire à l'écoulement. Elle s'assimile à la force de traînée s'il y a un angle différent, comme indiqué ci-après.

1.3 Angle d'attaque

Deux professeurs de l'Université Technique du Danemark, B. Mutlu Sumer et Jørgen Fredsøe, qui ont réalisé une étude très poussée sur le comportement de l'eau autour des cylindres concernant les installations off-shore, ont mis en évidence un phénomène intéressant.



Hydrodynamics around cylindrical structures - Mutlu Sumer et Jorgen Fredsøe

FIGURE 3 – Angle d'attaque

Lorsqu'un cylindre est placé avec un angle d'inclinaison α dans l'écoulement (voir Figure 3 ci-dessus), le profil de vitesse autour du cylindre est modifié : l'eau s'écoule perpendiculairement à la surface apparente A_p du cylindre, comme le montre la Figure 3. Ainsi, tant que l'angle α se situe entre 30° et 90° , la force de traînée due à l'écoulement se calcule en projetant la vitesse sur l'axe normal \vec{u}_N au cylindre. L'expression devient :

$$\vec{F}_x = C_d A_p \frac{1}{2} \rho u^2 \sin^2(\alpha) \vec{u}_N.$$

Déjà orientée en fonction de l'inclinaison, cette force représente l'équivalent des forces de traînée et de portance additionnées. Le calcul s'en trouve donc grandement simplifié. Dans le raisonnement, cette simplification sera étendue aux angles inférieurs à 30° .

1.4 Notion de gravité réduite

La constante de gravité $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ est déterminée pour un corps soumis à la force de gravité de la Terre près de sa surface. L'atmosphère est si peu dense (c'est un gaz) qu'elle exerce une poussée trop faible sur un corps solide pour l'empêcher de "tomber" sur le sol. En revanche, lorsqu'un corps est plongé dans un fluide dense, tel que l'eau, sa chute sera ralentie, voire arrêtée et/ou inversée selon le rapport de densité volumique entre les deux éléments. C'est la notion de poussée d'Archimède : le fluide applique au corps une force égale au poids du volume d'eau déplacée par la partie immergée du corps.

La **gravité réduite** est une considération prenant directement en compte la différence entre poussée d'Archimède et force de gravité, réduisant le calcul de ces forces volumiques à celui du poids pour une constante de gravitation $g' \neq g$. Si le corps plongé dans l'eau a une masse volumique ρ_{corps} , la gravité réduite a pour expression :

$$g' = g \frac{\rho_{corps} - \rho_{eau}}{\rho_{corps}}$$

2 BARRIÈRE DE CORDES VERTICALES

A présent, les calculs vont s'établir autour d'un seul élément de la barrière anti-requins, de longueur égale à la hauteur d'eau qui se répète à intervalles réguliers sur toute la longueur.

Puisque l'objectif du rideau est de protéger les surfeurs, il est important que cette barrière de dissuasion ne puisse s'écartier de la surface qu'à une distance de l'ordre de 1m (distance raisonnable). Or, sous l'action du courant, c'est le phénomène auquel l'on fait face ; il faut donc déterminer à quelle vitesse de courant le dispositif devient "inutile". Pour ce faire, il faudra d'abord chercher quelle est la de forme de l'élément sous contrainte avant d'établir une relation avec la vitesse de courant u .

2.1 Forme de la corde

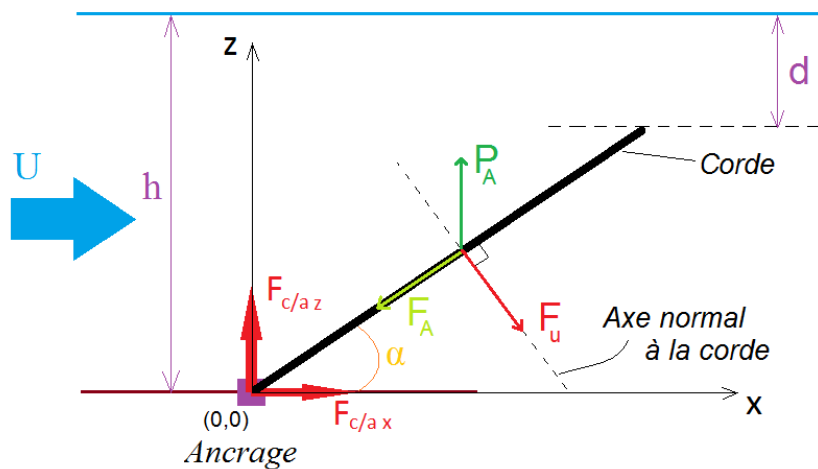


FIGURE 4 – Schéma d'une corde inclinée sous l'action du courant

Si les éléments de la barrière sont fixés à l'aide d'une chaîne en fond, ces points de fixation forment des liaisons pivot, en utilisant par exemple des anneaux. Ainsi, les cordes sont libres en rotation a cet endroit, et il ne s'exerce donc pas de flexion (ou moment fléchissant) risquant d'endommager le matériel. Lors, en appliquant le principe fondamental de la statique à une corde, il vient :

$$\vec{F}_u + \vec{P}_A + \vec{F}_A = \vec{0} \text{ avec :}$$

\vec{F}_u = Force de traînée sous l'action du courant

\vec{P}_A = Force de flottaison de la corde

\vec{F}_A = Effort de l'ancrage sur la corde à son extrémité.

La corde étant homogène, la vitesse étant supposée constante sur toute la hauteur d'eau, ces trois forces sont réparties de façon homogène sur toute la longueur de la corde. Alors cette dernière s'incline sous l'effet du courant en formant une droite. Son angle rapporté à l'horizontale se nommera α .

2.2 Relation entre inclinaison et courant

La force de poussé P_A qui s'applique sur une corde de polypropylène de longueur l est :

$$\vec{P}_A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \rho_{poly} g'_{poly} l \vec{e}_z.$$

La force due au courant, s'appliquant, comme énoncé plus haut (partie 1.2), avec une vitesse projetée dans la direction normale à la surface cylindrique, a pour expression :

$$\vec{F}_u = \frac{1}{2} \rho_{eau} u^2 C_d D l \sin^2(\alpha).$$

Si les vecteurs force sont projetés sur les axes du repère de la corde (voir Figure 4 plus haut), à savoir sa tangente et sa normale, le principe fondamental de la statique sur l'axe normal devient :

$$\begin{aligned} P_A \cos(\alpha) - F_u &= 0 \\ \Leftrightarrow P_A \cos(\alpha) - \left(\frac{1}{2} \rho_{eau} u^2 C_d D l\right) \sin^2(\alpha) &= 0 \\ \Leftrightarrow P_A - \left(\frac{1}{2} \rho_{eau} u^2 C_d D l\right) \tan(\alpha) \sin(\alpha) &= 0. \end{aligned}$$

Ce qui donne, par décomposition des forces et développement de la gravité réduite :

$$\Leftrightarrow \tan \alpha \sin \alpha = \frac{\pi R g (\rho_{eau} - \rho_{poly})}{C_d \rho_{eau} u^2}.$$

Calcul de l'angle α : Pour clarifier les explications, la fraction du terme de droite sera remplacée par une constante :

$$C = \frac{\pi R g (\rho_{eau} - \rho_{poly})}{C_d \rho_{eau} u^2} > 0.$$

De plus, afin d'effectuer le changement de variable qui va suivre, il faut remplacer $\tan(\alpha) \sin(\alpha)$. Sachant que $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ et $\sin^2(\alpha) = 1 - \cos^2(\alpha)$, l'opération devient :

$$\tan(\alpha) \sin(\alpha) = \frac{1}{\cos \alpha} - \cos \alpha = C.$$

Le changement de variable peut alors être appliqué : $\cos(\alpha) = X$. Soit :

$$\frac{1}{X} - X = C$$

$$\Leftrightarrow X^2 + CX - 1 = 0$$

Ce polynôme du second degré a pour discriminant :

$$\Delta = C^2 + 4$$

Les deux solutions sont donc, par retour à la première notation :

$$\begin{cases} X_1 = \frac{-C + \sqrt{C^2 + 4}}{2} = \cos \alpha_1 > 0 \\ X_2 = \frac{-C - \sqrt{C^2 + 4}}{2} = \cos \alpha_2 < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Comme α est considéré entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ la deuxième solution est rejetée ($\cos(\alpha_2)$ étant négatif). Alors :

$$\alpha = \arccos\left(\frac{-C + \sqrt{C^2 + 4}}{2}\right).$$

Cela permet d'établir la relation entre la distance à la surface d et la vitesse du courant u (puisque elle intervient dans l'expression de C) :

$$d = h(1 - \sin \alpha).$$

Le coefficient de traînée C_d pour un cylindre est quasiment constant quand le nombre de Reynolds varie entre 10^2 et 10^5 ; il vaut 1.2 (dans cet intervalle et avec un rayon de 5mm pour la corde, les vitesses varient entre 0.01m/s et 10m/s).

2.3 Discussion sur les paramètres

La poussée d'Archimède dépend du volume de l'objet immergé (dépendance en $R^2 l$) et la traînée de son aire projetée (dépendance en $2R l$). Donc la première force "croît plus vite" que la seconde. Il est donc évident que plus la corde sera fine, moins sa force de flottaison s'opposera à celle du courant. l'épaisseur requise pour obtenir un résultat satisfaisant est excessive : par 12 mètres de fond, il faut une corde de 70 cm de diamètre pour que la barrière soit utile et ne s'enfonce pas à plus de 1 m de profondeur.

Quand la vitesse du courant est plus grande, l'inclinaison augmente, et donc la distance d entre la surface et l'extrémité libre de la corde aussi. La Figure 5 ci-après montre que le rideau de dissuasion ne correspond pas aux attentes car d est supérieur à 1m dès 0.1 m/s, une vitesse faible eu égard aux conditions houleuses d'une session de surf.

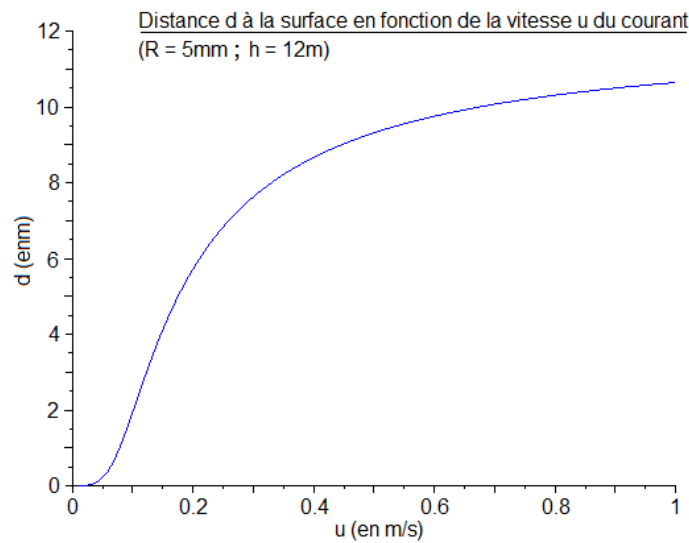


FIGURE 5 – Profondeur atteinte par une corde de 12m de long et par 12 m de fond sous l'action du courant

2.4 Forces sur l'ancrage

Il reste à s'intéresser au résultat des forces sur le point d'ancrage puisqu'il s'agit du point central de cette étude. Pour rappel, la somme des forces sur la corde est :

$$\vec{F}_u + \vec{P}_A + \vec{F}_A = \vec{0}$$

F_A représentant l'effort au point d'ancrage.

Or, la projection sur les axes e_x et e_z du repère global cette expression donne :

$$\vec{F}_{Ax} + F_u \sin(\alpha) \vec{e}_x = 0$$

$$\vec{F}_{Az} + F_u \cos(\alpha) \vec{e}_z + \vec{P}_A = 0$$

L'effort au point d'ancrage vaut donc :

$$\begin{cases} \vec{F}_{Ax} = C_d \rho_{eau} u^2 R l \sin^3(\alpha) \vec{e}_x \\ \vec{F}_{Az} = R l [\pi R g (\rho_{eau} - \rho_{poly}) - C_d \rho_{eau} u^2 \cos(\alpha) \sin^2(\alpha)] \vec{e}_z \end{cases} \quad (2)$$

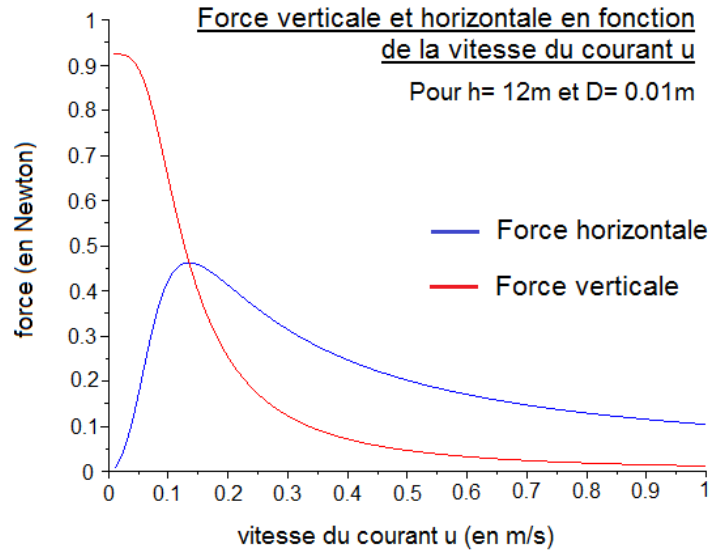


FIGURE 6 – Forces sur les ancrages dans les deux directions du repère. Quand la vitesse augmente, l'inclinaison est forte, l'angle α diminue, et donc la force aussi

Les observations faites plus haut au sujet de l'inclinaison en fonction de la vitesse sont confirmées par le graphique en Figure 6 (ci-dessus). En effet la force de traînée, qui dépend du carré de la vitesse avec un facteur $\sin^2(\alpha)$, baisse très fortement quand le courant dépasse 0.1 m/s

D'un point de vue quantitatif, la force sur l'ancrage est très faible pour ce modèle, avec un maximum vertical (dû à la flottaison) de 0.95 Newton lorsque le courant s'annule, et un pic en horizontal de 0.47 N lorsque le courant est de 13 cm/s. Leur somme vectorielle ne dépasse jamais 1 N. En intégrant sur une barrière de 100 m, c'est donc un poids de 50 kg (500 N) au maximum qui suffit à maintenir le dispositif en place. Il peut alors simplement prendre la forme de corps morts calés entre de "gros galets" ou profilés pour qu'un courant de tempête ne les déplace pas.

2.5 Conclusion :

Pour que la barrière soit utile, elle doit couvrir tout l'écran d'eau délimitant la zone à protéger, et il semble qu'une ouverture de plus de 1 mètre entre la barrière et la surface la rendrait inutile.

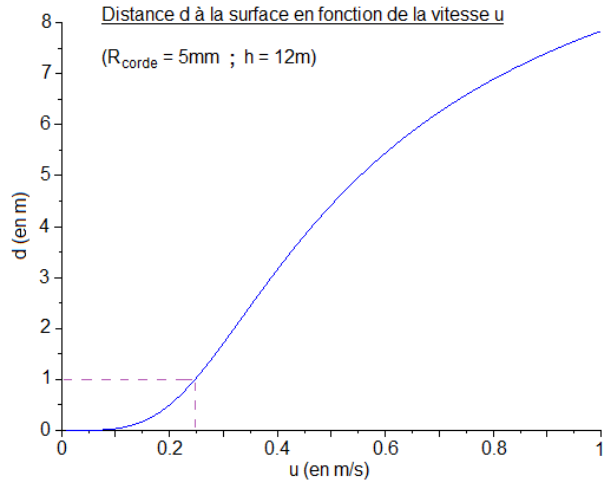


FIGURE 7 – Équivalent à la Figure 5 avec une corde de densité nulle

Une barrière constituée de cordes cylindriques verticales de diamètre 1cm et de hauteur identique à celle de l'eau présente un résultat médiocre. En effet, elle ne résiste pas par sa flottaison propre à un courant de plus de 25 cm/s pour 12 m de fond, et ce même si sa densité est nulle (Figure 7 ci-dessus). Or le surf est une discipline nécessitant des conditions un peu houleuses.

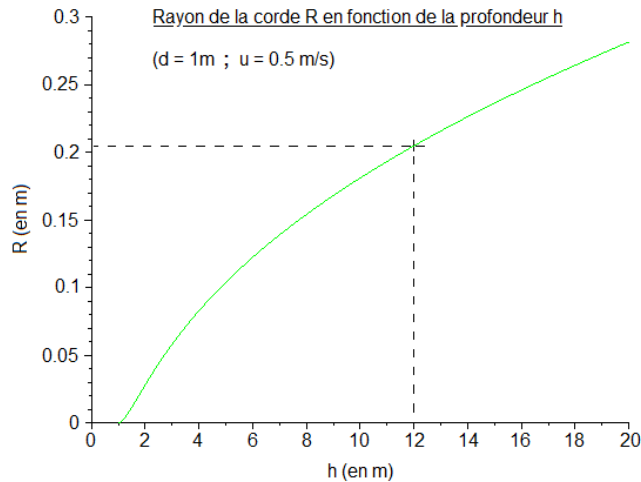


FIGURE 8 – Rayon nécessaire pour qu'une corde en polypropylène ne s'abaisse pas à plus de 1m de la surface quand le courant est à 1m/s

En augmentant le diamètre des cordes, la flottaison est améliorée, et donc la marge d'utilisation de la barrière également. Mais le diamètre nécessaire pour que la marge à la surface ne dépasse pas 1m, pour une vitesse de 0.5 m/s, est trop élevé et irréaliste : ainsi, toujours à 12 m de fond, il doit dépasser 40 cm pour une corde de polypropylène (densité de 0.9).

Afin de pallier au problème, et même s'il est indésirable, l'ajout de flotteurs en tête permettrait peut être de contrôler efficacement la position du rideau de cordes.

3 BARRIÈRE AVEC FLOTTEURS

Une première proposition pour améliorer l'idée d'origine serait l'adjonction de flotteurs aux extrémités libres des cordes. Pour dimensionner simplement ce modèle, le problème sera d'abord traité pour le flotteur seul (arbitrairement sphérique pour simplifier les calculs), accroché par une corde sans traînée ni flottaison. Une fois le rayon de cette "bouée" déterminé, le résultat sera comparé à celui d'un modèle intégrant la dimension de la corde.

3.1 Forces sur le flotteur seul

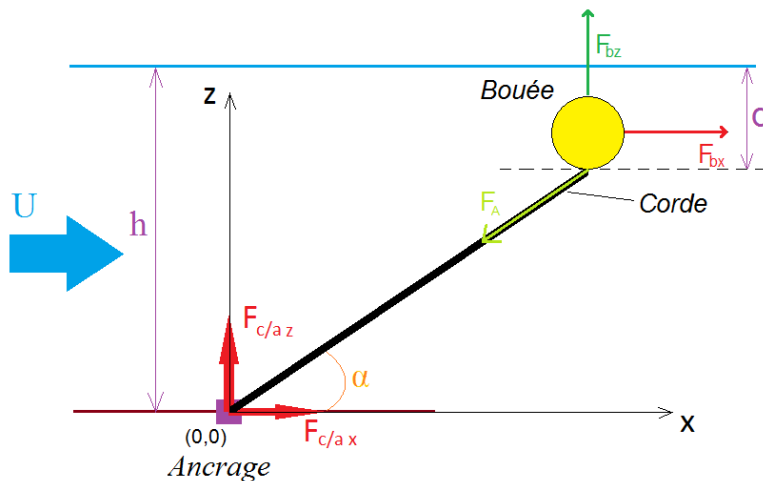


FIGURE 9 – Schéma de la corde surmontée d'un flotteur

Le courant exerce sur la bouée une force de flottaison (poussée d'Archimède) orientée en \vec{e}_z , et une force de traînée orientée en \vec{e}_x . Alors, les forces F_b appliquées à la bouée sont :

$$\begin{aligned}\vec{F}_{bz} &= \frac{4}{3}\pi R_s^3 (\rho_{eau} - \rho_{air}) g \vec{e}_z \\ \vec{F}_{bx} &= \frac{1}{2}C_{ds} \pi R_s^2 \rho_{eau} u^2 \vec{e}_x.\end{aligned}$$

L'angle α entre la corde et l'axe horizontal s'établit sur le rapport :

$$\tan \alpha = \frac{F_{bz}}{F_{bx}}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{F_{bz}}{F_{bx}}\right).$$

Donc :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{8R_s (\rho_{eau} - \rho_{air})g}{3C_d \rho_{eau} U^2}\right).$$

Comme précédemment la relation entre la distance à la surface, d , et la vitesse du courant u est :

$$d = h(1 - \sin \alpha).$$

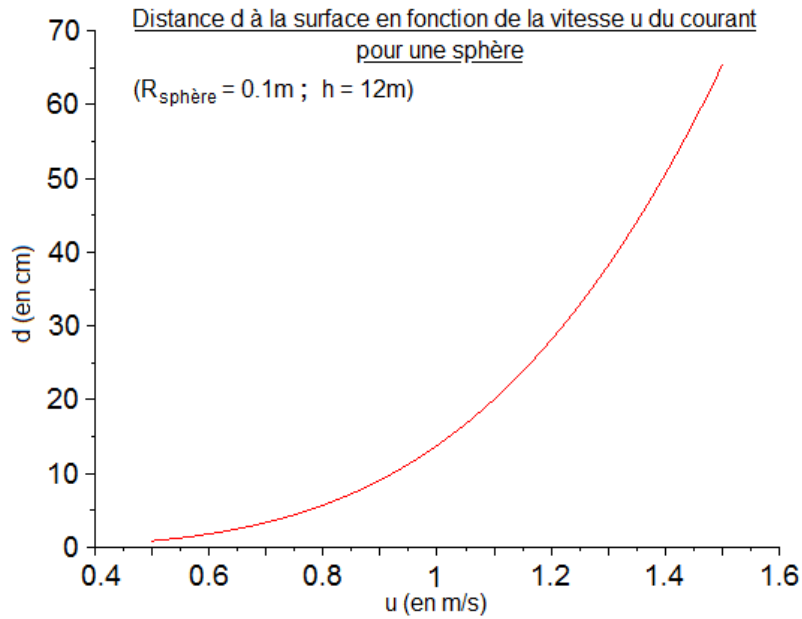


FIGURE 10 – Une sphère de 4.2 litres d’air n’atteint pas 1m de profondeur même pour un courant de 1.5m/s si la corde est négligée

Le graphique en Figure 10 (ci-dessus) montre qu’il est possible de limiter la distance d entre la barrière et la surface (moins de 70 cm) avec un flotteur suffisamment grand (10 cm de rayon) et pour des vitesses assez élevées (jusqu’à 1.5 m/s). Ainsi, en conditions houleuses d’une partie de surf, le dispositif semble efficace.

Dans ce cas simple excluant les forces exercées sur la corde, les efforts qu’applique cette dernière sur l’ancrage sont dus à l’action du courant sur le flotteur. Soit :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{c/ax} &= \vec{F}_b \vec{x} \\ \vec{F}_{c/az} &= \vec{F}_b \vec{z} \end{aligned}$$

Ainsi, quand la sphère a un diamètre de 20 cm, et avec un courant de 1 m/s, les efforts sur l’ancrage valent :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{c/ax} &= 6N \\ \vec{F}_{c/az} &= 41N \end{aligned}$$

La force exercée par le courant sur le dispositif n’est pas conséquente, mais très supérieure à celle sur la barrière sans bouées. Dans le sens vertical, l’effort sur l’ancrage est ainsi 40 fois plus grand à cause de la poussée d’Archimède très forte de la bouée.

Cependant, il est à rappeler que les forces sur la corde ont été négligées. Qu’en est-il lorsqu’elles sont ajoutées ?

3.2 Prise en compte de la corde

En prenant en compte la dimension de corde, et en considérant que l'angle d'inclinaison et la forme rectiligne de la corde restent inchangés, il apparaît effectivement que sa force de traînée n'est pas négligeable par rapport à celle de la bouée pour des dimensions de flotteur raisonnables ($R_S \leq 0.1m$).

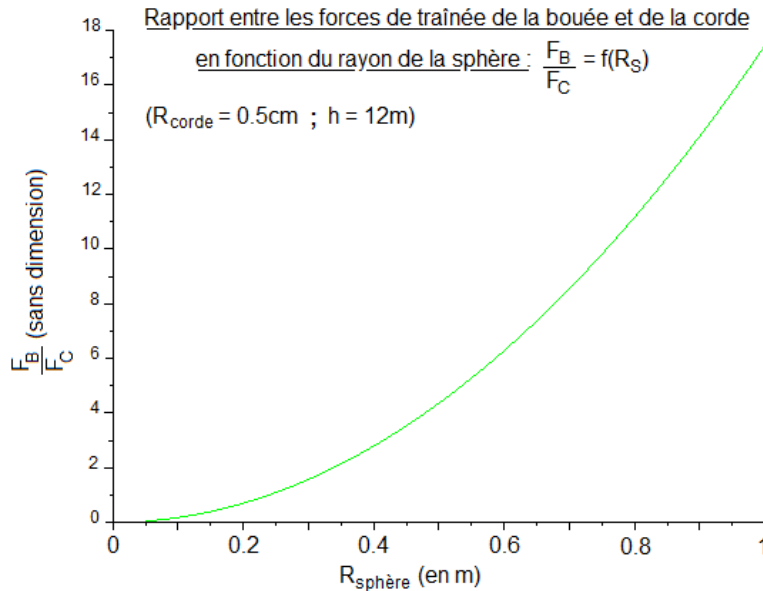


FIGURE 11 – La force de traînée sur la bouée sans prendre en compte la corde est plus faible que celle sur la corde sans bouée tant que le flotteur cube moins de 65 litres

Le graphique en Figure 11 (ci-dessus) appuie cette remarque, en comparant F_{bx}/F_{cx} (Rapport entre les forces de traînée de la bouée et de la corde) en fonction du rayon de la sphère : le facteur est très inférieur à 1 pour le même rayon $R_S \leq 0.1m$.

3.3 Conclusion :

Pour que la force de traînée sur la corde soit négligeable devant celle sur le flotteur, le rapport entre les deux doit être considérable. Or, pour un rapport $F_b/F_c = 10$, le rayon du flotteur doit atteindre 75 cm ; or accrocher une telle bouée, de volume $1,7m^3$, pour soutenir une seule corde est déraisonnable. Un modèle qui prendrait en compte la force de traînée appliquée à tout le dispositif serait sans doute plus réaliste.

D'autre part, il s'est avéré que les flotteurs sont des éléments essentiels, sans lesquels les cordages navigueraient entre deux eaux en laissant une marge conséquente près de la surface. il serait important de les ajouter, en les choisissant avec un profil très hydrodynamique (forme de ballon dirigeable par exemple) pour en limiter la traînée. Alors, dans le modèle précédent, seule la corde subirait la force de traînée, en étant maintenue à son extrémité par une force verticale.

Il est à supposer que les efforts sur l'ancrage seraient réduits, et les calculs simplifiés.

Enfin, afin de pallier au risque d'emmêlement des cordes entre elles en conditions de tempête, et afin d'arrêter avec certitude la progression de poissons habitués à franchir des rideaux d'algues, ne différant de la barrière que par la couleur, il peut être plus pertinent de placer un filet à la place (ou en supplément) de la barrière.

4 FILET À FLOTTEURS APPARENTS

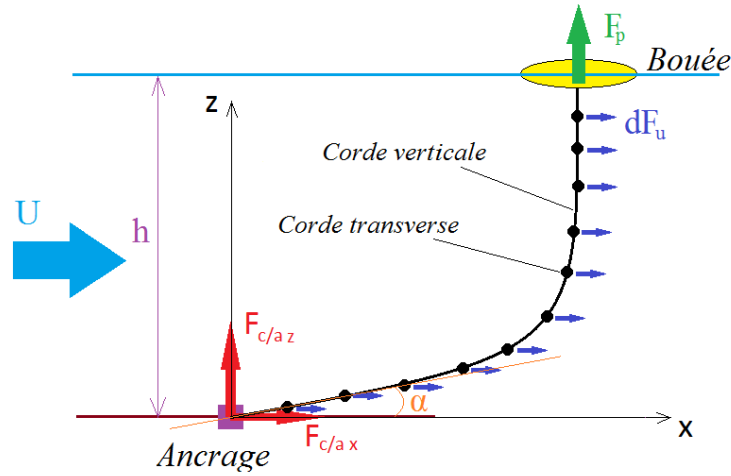


FIGURE 12 – Schéma d'un filet à flotteurs apparents

Le filet s'apparente à un maillage régulier de cordes verticales et horizontales de tailles identiques matérialisées comme précédemment par des éléments cylindriques ; les cordes verticales sont ancrées au fond de l'eau et maintenues en tête par des flotteurs.

Pour que la force de traînée sur ces derniers soit négligeable, ils sont choisis profilés et présentent donc un coefficient de traînée très petit.

4.1 Fonction de forme

4.1.1 Équation type chaînette :

En considérant toujours que le fluide s'écoule à vitesse constante dans l'espace et dans le temps, le champ de vitesse est assimilable à un champ de pesanteur orienté en e_x . En ne prenant en compte que les cordes horizontales, non inclinées par rapport au plan perpendiculaire au courant, la force de traînée induite est comparable à la force de pesanteur agissant sur une chaînette accrochée à ses extrémités, et dont on ne regardera que la moitié immergée, à savoir entre le point de fixation du filet et la surface (où la tangente est colinéaire à e_z puisque le flotteur n'agit sur la corde que par sa poussée d'Archimède, orientée verticalement).

Cette approximation est choisie car la fonction de forme de la chaînette soumise à la pesanteur est connue, elle est de la forme :

$$x(z) = K \cosh\left(\frac{z}{K} + A\right) - B$$

⇒ où A, B et K sont des constantes déterminées par 3 conditions :

- * $x(z = 0) = 0$; c'est l'origine du repère (Figure 12), le point d'ancrage au fond de l'eau
- * $x(z = 2h) = 0$; voir explication ci-après
- * $\int_{z_1}^{z_2} \sqrt{1 + x'^2}.dz = l$ longueur de la chaînette considérée

Dans le cas de la chaînette complète, le point où la tangente est verticale, situé à la hauteur h , est équidistant des deux points d'accroche. Sachant que l'un des deux est le point d'ancrage situé à la hauteur $z = 0$, il vient comme condition que le second point d'ancrage, ici fictif, se situe à la hauteur $z = 2h$.

4.1.2 Calcul des constantes :

La première condition permet de déterminer la constante B en fonction des deux autres :

$$x(0) = 0 = K \cosh\left(\frac{0}{K} + A\right) + B$$

$$\Leftrightarrow B = -K \cosh(A)$$

Ensuite, avec la seconde, c'est A qui est exprimée en fonction de K :

$$\cosh(A) = \cosh\left(\frac{2h}{K} + A\right)$$

$$\Leftrightarrow e^A + e^{-A} = e^{A+2h/K} + e^{-A-2h/K}$$

$$\Leftrightarrow e^A(1 - e^{2h/K}) + e^{-A}(1 - e^{-2h/K}) = 0$$

$$\Leftrightarrow e^{2A} = \frac{-1+e^{-2h/K}}{1-e^{2h/K}}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{-1+e^{-2h/K}}{1-e^{2h/K}}\right)$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-h}{K}$$

Il reste alors à déterminer la constante K , à l'aide de la troisième condition à disposition :

$$\int_0^h \sqrt{1+x'^2} dz = l$$

or la dérivée de x selon z est :

$$x'(z) = -\sinh\left(\frac{z}{K} + A\right) = -\sinh\left(\frac{z-h}{K}\right).$$

$$\text{D'où : } l = \int_0^h \sqrt{1 + \sinh^2\left(\frac{z-h}{K}\right)} dz$$

Comme $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$, alors $1 + \sinh^2(x) = \cosh^2(x)$. Donc :

$$l = \int_0^h \sqrt{\cosh^2\left(\frac{z-h}{K}\right)} dz = \int_0^h \cosh\left(\frac{z-h}{K}\right).dz$$

$$\text{Soit : } l = K \sinh(0) - K \sinh\left(\frac{-h}{K}\right) = -K \sinh\left(\frac{-h}{K}\right)$$

Les calculs ont mené à une équation non linéaire fonction de K . Par une analyse numérique réalisée sur console Scilab (Figure 19 en annexe), et en utilisant la méthode de Newton pour le calcul des zéros d'une fonction, cette constante est déterminée en fonction de la hauteur d'eau et la longueur de corde. En faisant varier cette dernière pour une hauteur d'eau donnée, l'inclinaison du filet est modifiée (cf Figure 13 ci-après), et donc la force d'ancrage également, comme cela sera montré plus loin.

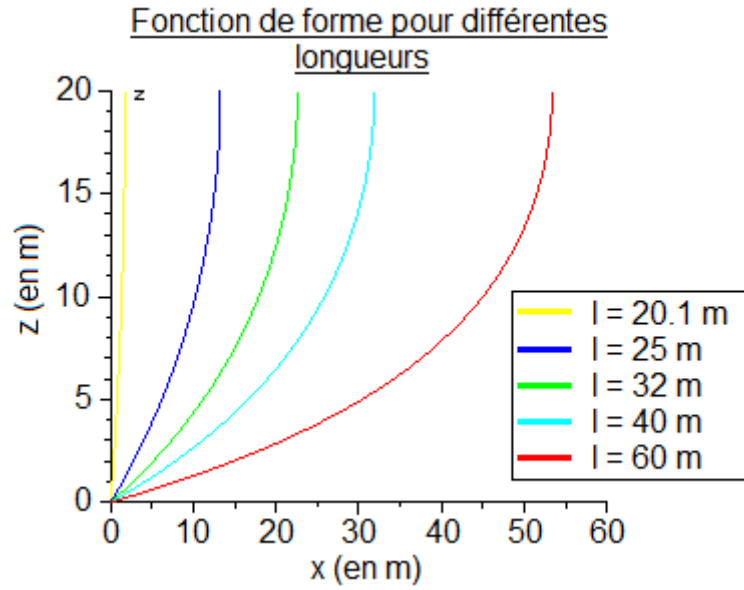


FIGURE 13 – Avec une hauteur d'eau de 20m, le flotteur en tête de la corde est plus libre si l'on augmente la longueur

4.2 Effort sur le dispositif et dimensionnement de la bouée

Une corde verticale du filet est accrochée au fond de l'eau à une ancre, et, en surface, à un flotteur libre de mouvement et correctement profilé pour posséder une traînée négligeable dans les calculs. La flottabilité de la corde est quant à elle considérée comme nulle. En appliquant le principe fondamentale de la statique sur la corde, il vient :

$$\vec{F}_u + \vec{F}_{a/cx} = \vec{0} \text{ selon } \vec{e}_x$$

$$\vec{F}_p + \vec{F}_{a/cz} = \vec{0} \text{ selon } \vec{e}_z.$$

4.2.1 Force de traînée sur le filet

La force de traînée est proportionnelle à la surface du contour des cordes dans le plan faisant face au courant. Sachant qu'il y a m cordes verticales par mètre sur la largeur du dispositif, qui croisent n cordes horizontales par mètre de haut, la force de traînée, pour un élément de filet, s'écrit :

$$d\vec{F}_u = \frac{1}{2} \rho_{eau} u^2 C_d D \frac{n}{m} dl \vec{e}_x.$$

Donc l'intégrale sur la longueur du filet s'écrit :

$$\vec{F}_u = \frac{1}{2} \rho_{eau} u^2 C_d D \frac{n l}{m} \vec{e}_x.$$

4.2.2 Forces sur l'ancrage

La composante selon \vec{e}_x de la force sur l'ancrage est égale à la force de traînée déterminée précédemment :

$$\vec{F}_{c/ax} = \frac{1}{2} \rho_{eau} u^2 C_d D \frac{n l}{m} \vec{e}_x.$$

Connaissant l'équation de forme du câble, donc l'angle formé entre la tangente au point d'ancrage et l'axe horizontal e_x , et la force horizontale exercé sur l'ancrage. Il vient, au moyen d'une projection, la force verticale exercé sur l'ancrage $F_{c/az}$.

En effet, $\frac{dx(0)}{dz} = -\sinh(A) = \frac{1}{\tan \alpha}$ où α est l'angle formé entre la tangente au point d'ancrage et l'axe e_x .

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{-1}{\sinh(A)}.$$

Par projection de la force horizontale, il vient :

$$\overrightarrow{F_{c/az}} = \tan \alpha F_{c/ax} \vec{e}_z = \frac{-F_{c/ax}}{\sinh(A)} \vec{e}_z.$$

($\overrightarrow{F_{c/az}}$ correspond également à la force exercé par le flotteur sur le câble).

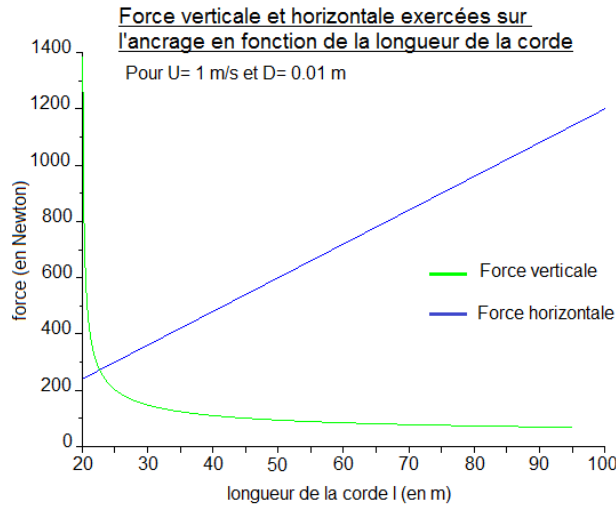


FIGURE 14 – Si l'on ne veut que le flotteur reste en surface, la force sur l'ancrage vers le haut tend vers l'infini quand la longueur l tend vers la hauteur d'eau h

La force horizontale et la force verticale varient en fonction de la longueur l de la corde, qui est contenue dans leur expression. Le graphique ci-dessus (Figure 14) représente cette dépendance. La composante en \vec{e}_x est linéairement dépendante de l : $\overrightarrow{F_{c/ax}} = \lambda l \vec{e}_x$ (où λ est une constante) ; la composante en \vec{e}_z s'obtient en divisant $\overrightarrow{F_{c/ax}}$ par le sinus hyperbolique (composition d'exponentielles) d'une constante K dépendante de l, aussi la décroissance visible sur le graphe est rapide.

La force verticale baisse très fortement entre 20 m et 30 m de longueur de corde. Au-delà de 40 m, il faut allonger considérablement le filet pour diminuer faiblement cette force, tout en augmentant linéairement la traînée. Il semble donc raisonnable, pour limiter à la fois le coût de la surface de filet et l'effort sur les ancrages, de situer la hauteur de filet entre 1.5 et 2 fois la profondeur de l'eau.

4.3 Dimensionnement de la bouée

C'est à l'aide des calculs précédemment établis que les dimensions minimales de la bouée seront déterminés. Il est considéré que son profil est hydrodynamique, qu'elle est constituée d'air (le poids de l'enveloppe est négligée) et reste à demi-immersé dans la mer. Les forces qui s'appliquent à elle sont : la force \vec{F}_p , qui correspond à la somme de la poussée d'Archimède Pa et du poids P , et la tension du câble sur la bouée $F_{c/b}$ (la force de traînée sur la bouée est négligée car celle-ci est profilée).

La bouée doit être dimensionnée pour que le système soit à l'équilibre, le principe fondamentale de la dynamique est donc utilisé :

$$\vec{F}_p + \vec{F}_{c/b} = 0$$

$$\Leftrightarrow \vec{Pa} + \vec{P} + \vec{F}_{c/b} = 0$$

$$\Leftrightarrow \vec{Pa} + \vec{P} = -\vec{F}_{c/b} = F_{c/az} \vec{e}_z$$

$$\Leftrightarrow Pa - P = F_{c/az}$$

$$\text{Or, } P = \rho_{air} V_b g$$

$$\text{et } Pa = \rho_{eau} V_{b/2} g = \frac{1}{2} \rho_{eau} V_b g$$

$$\Rightarrow Pa - P = V_b g \left(\frac{1}{2} \rho_{eau} - \rho_{air} \right) = F_{c/az}$$

\Rightarrow

$$V_b = \frac{F_{c/az}}{g \left(\frac{1}{2} \rho_{eau} - \rho_{air} \right)}$$

La force $\vec{F}_{c/az}$ dépend seulement de la longueur l de la corde verticale, pour un diamètre de corde, une vitesse U et des dimensions de cordes transversales donnés.

Le volume de la bouée en fonction de la longueur du câble est donc obtenu.

Le volume nécessaire au maintien de la bouée en surface décroît identiquement à la force verticale $\vec{F}_{c/az}$ sur la corde lorsque la longueur de cette dernière augmente.

4.4 Conclusion :

Pour une hauteur d'eau de 20 mètres, un filet de cordes verticales mesurant 40 m, et un courant maximal de 1 m/s, le volume de la bouée doit être au minimum de 21 litres (avec $n=4$ et $m=2$, soit $\frac{n}{m} = 2$). Dans ce cas, la corde tire sur l'ancrage avec une force horizontale de 400 N et verticale de 100 N, soit une somme vectorielle de 412 N.

Pour ce type de barrière, la force horizontale est grande, l'ancrage à l'aide de corps morts seulement ne semble pas suffisant et nécessiterait des fixations enracinées dans le fond marin.

Cette forme de barrière présente des caractéristiques très intéressantes : les forces sur les ancrage sont modulable avec la longueur des cordes, la barrière offre une protection sur toute la hauteur d'eau, et les flotteurs, s'ils sont profilés correctement, n'augmentent pas la traînée du dispositif et donc l'effort horizontal sur l'ancrage. Le seul inconvénient reste la visibilité, puisque les bouées de maintien émergent à la surface de l'eau. Il serait intéressant de comparer un modèle équivalent dont les flotteurs, sous l'action de l'eau, s'abaisseraient légèrement, maintenant juste le filet près de la surface et sécurisant ainsi discrètement un secteur.

5 FILET À FLOTTEURS IMMERGÉS

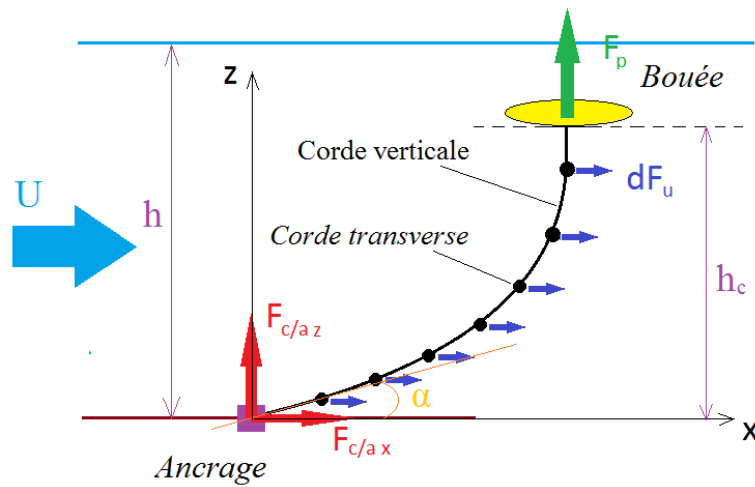


FIGURE 15 – Schéma d'un filet dont les flotteurs sont immergés

Ce modèle représente le cas d'un filet suspendu près de la surface par des bouées légèrement submergées. Les animaux dangereux seraient ainsi privés de passage en profondeur, et resteraient visibles en cas d'approche en surface. La force de traînée sur une corde verticale est négligée, seules les cordes horizontales subissent l'effort du courant (traînée) comme dans le cas précédent. Leur flottabilité est considérée nulle et la bouée, de volume V_b , est choisie profilée, ce qui permet d'assimiler de nouveau la forme des cordes verticales à celle de la chaînette soumise à la pesanteur.

5.1 Équation de forme

Pour rappel, l'équation de forme pour la corde verticale est une fonction cosinus hyperbolique associée aux trois constantes A, B, et K telles que :

$$x(z) = K \cosh\left(\frac{z}{K} + A\right) + B$$

Toujours comme dans le cas du filet à flotteur apparent, il ne s'exerce sur ce dernier qu'une force de poussé \vec{F}_p orientée selon l'axe \vec{e}_z . L'expression de \vec{F}_p est :

$$\vec{F}_p = \rho_{eau} V_b g \vec{e}_z$$

Il s'exerce sur la corde verticale une force de traînée \vec{F}_u due aux cordes transversales. Son expression est de la forme :

$$\vec{F}_u = \frac{1}{2} l C_d \rho_{eau} U^2 \frac{n}{m} L D \vec{e}_x$$

L'application du principe fondamental de la statique sur une corde verticale donne :

$$\vec{F}_p = \vec{F}_{c/az}$$

$$\vec{F}_u = \vec{F}_{c/ax}$$

$\overrightarrow{F_{c/az}}$ et $\overrightarrow{F_{c/ax}}$ sont les forces qu'exerce la corde sur l'ancrage selon respectivement \vec{e}_z et \vec{e}_x .

Cependant, les conditions sont différentes par rapport au cas précédent, car la position de la bouée est une inconnue. Mais son volume est choisi et permet donc de connaître sa poussée d'Archimède ; lors, l'angle entre la tangente de la corde au point d'ancrage et l'horizontale est connue. De plus, si h_c est la distance séparant la bouée du fond de l'eau, la tangente en $x(h_c)$ est verticale, comme l'était celle du point $x(h)$ pour le cas précédent.

Des observations précédentes, ils se dégagent quatre inconnues pour quatre équations : K , A , B et h_c . Elles sont associées aux conditions suivantes :

$$(1) \quad x(0) = K \cosh(A) + B = 0$$

$$(2) \quad \frac{dx(0)}{dz} = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{F_{c/ax}}{F_{c/az}} = \frac{F_u}{F_p}$$

$$(3) \quad \frac{dx(h_c)}{dz} = \sinh\left(\frac{h_c}{K} + A\right) = 0$$

$$(4) \quad \int_0^{h_c} dl = l$$

* L'équation de la chaînette évaluée par la condition (1) donne une expression de B équivalents à celle du cas précédent : $B = -K \cosh(A)$

* La dérivée de la fonction de forme est : $x'(z) = K \sinh\left(\frac{z}{K} + A\right)$. Donc, la condition (2) implique que : $\frac{dx(0)}{dz} = \sinh(A) = \frac{1}{\tan \alpha}$

$$\text{Donc : } A = \operatorname{argsinh}\left(\frac{1}{\tan \alpha}\right) = \operatorname{argsinh}\left(\frac{F_u}{F_p}\right)$$

* Sachant que le sinus hyperbolique ne s'annule qu'en zéro, la condition (3) implique directement :

$$\frac{h_c}{K} + A = 0$$

$$\text{Donc : } h_c = -KA$$

* Enfin, l'intégration de la condition (4) équivaut à celle de la partie précédente exprimant la longueur de la corde en fonction de ses composantes sur les axes du repère.

$$\int_0^{h_c} \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2} dz = l$$

$$\Leftrightarrow K(\sinh\left(\frac{h_c}{K} + A\right) - \sinh(A)) - l = 0$$

$$\Leftrightarrow K(\sinh(0) - \sinh(A)) - l = 0$$

$$\text{Donc : } K = \frac{-l}{\sinh(A)}$$

Des précédents calculs, la fonction de forme de la corde verticale a pour expression analytique :

$$x(z) = K \cosh\left(\frac{z}{K} + A\right) + B$$

$$\begin{cases} A = \operatorname{argsinh}\left(\frac{F_u}{F_p}\right) \\ K = \frac{-l}{\sinh(A)} \\ B = -\cosh(A) \end{cases} \quad (3)$$

La Figure 16 ci-dessous montre le résultat de ces calculs, et détermine la forme de la corde soumise à un courant de 1 m/s sous 20 m de hauteur d'eau, et cela pour différents volumes de la bouée. Il n'y a que pour le plus grand volume de bouée affiché, soit 50 litres d'air, que la profondeur de sécurité seuil fixée ($d = 1\text{m}$) n'est pas dépassée.

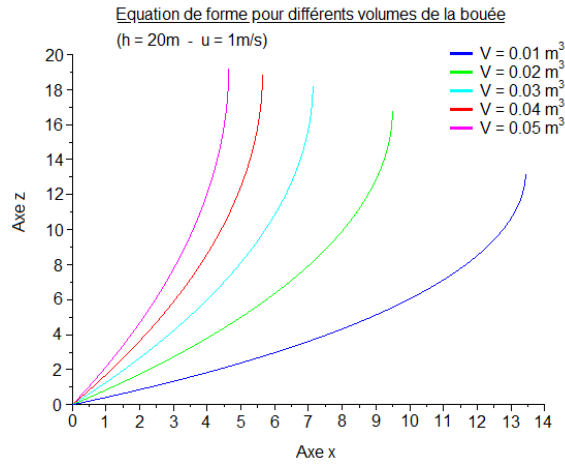


FIGURE 16 – Il vaut augmenter le volume des bouées pour empêcher le filet de s'enfoncer dans l'eau sous l'action du courant

Or, implanter une telle bouée sur chaque corde verticale, soit une fois par mètre, reste excessif. Sur le graphique en Figure 17 (ci-après), il est représenté le volume de la bouée nécessaire pour qu'elle reste à 1m de la surface en fonction de la vitesse. Le volume peut être considéré comme excessif pour une vitesse supérieure à 0.35 m/s, puisqu'il dépasserait alors 5 litres.

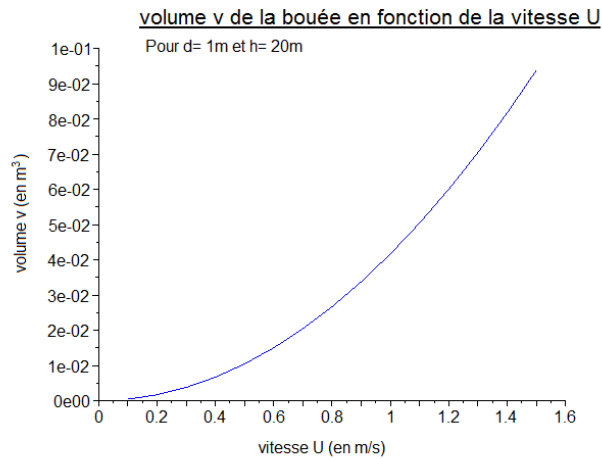


FIGURE 17 – En fixant une distance maximale de 1m entre les flotteurs et la surface, il faut en augmenter le volume si les courants sont forts plus fréquemment

(Pour les Figures 16 et 17, il a été choisi : $n=4$ et $m=2$, soit $\frac{n}{m} = 2$)

5.2 Forces sur l'ancrage

En comparaison avec le modèle de filet à flotteur apparent, la force horizontale sur l'ancrage, à vitesse de courant et profondeur identiques, est deux fois plus faible dans ce cas-ci : 240 Newton (au lieu de 480 N pour une longueur $l=2h$). C'est une différence considérable, qui est cependant contre-balançée par la force verticale. En effet, ce modèle nécessite une bouée plus volumineuse, et la force vers le haut vaut donc 400 N, alors que le modèle précédent en nécessite 4 fois moins, soit 100 N. (Résultats visibles sur les Figures 14 et 18)

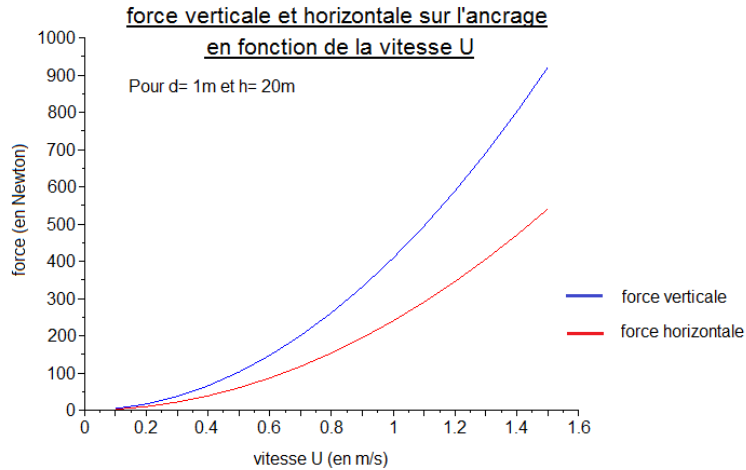


FIGURE 18 – La force sur l'ancrage est plus forte dans le sens vertical car les bouées doivent maintenir près de la surface des cordes de longueur égale à la hauteur d'eau

5.3 Conclusion :

Afin que le flotteur soit maintenu sous le niveau de l'eau, la longueur de corde pour ce modèle ne doit pas être supérieure à la hauteur d'eau. Or le cas précédent a montré que la force verticale sur l'ancrage augmente en raccourcissant la corde (Figure 14).

En effet, pour un courant de 1 m/s, la force subie est alors de 400 N. Cela affecte la force totale, puisque, avec une force horizontale de 240 N dans les mêmes conditions, l'ancrage doit résister à 466 N. En comparaison, le filet à flotteur non immergé appliquait une force plus petite avec 54 N en moins. De plus, le volume nécessaire de la bouée est deux fois supérieur ici dans les mêmes conditions, soit 42 litres (cf Figure 17).

Là encore, les ancrages semblent nécessiter un enracinement dans le fond marin, et non de simples corps morts car les forces horizontales sur l'ancrage sont importantes.

CONCLUSION GLOBALE

L'étude du comportement et des efforts sur les ancrages de différents systèmes de protection contre l'attaque de requins pour les plages et spots de surf a mis en valeur plusieurs points.

Les résultats montrent de fait que le modèle imaginé au départ, qui consistait à ancrer en fond une barrière de cordes verticales libres de mouvement, n'est pas viable sans ajout de flotteurs en tête pour maintenir les cordes.

Les autres modèles suggérés sont plus réalisables moyennant des dimensionnements corrects. Le filet à flotteurs apparents en surface semble être le plus efficace et le plus facile à mettre en place. En effet, il permet d'empêcher correctement le passage de requins par son maillage et sa couverture complète de l'écran d'eau ; de plus, les flotteurs nécessaires sont les moins volumineux parmi les modèles réalistes, car les efforts sont aisément modulables en optimisant la longueur des cordes et la taille des mailles.

Les résultats obtenus sont intéressants, mais l'étude a été effectuée avec de nombreuses simplifications ; elle nécessiterait donc de plus longues recherches afin d'incorporer progressivement tous les paramètres des problèmes dans les calculs.

Ainsi, les efforts dus au courant sur les cordes verticales des modèles de filets sont appelés à être pris en compte pour que les résultats soient plus précis.

Plus pertinent encore, le modèle de barrière de cordes verticales avec flotteurs n'a pas été étudié dans la configuration qui semble optimale, car il est difficile de trouver une solution analytique à l'équation de forme.

Enfin, les effets de la houle, le gradient de vitesse entre le fond et la surface sont d'autres paramètres importants à approfondir.

La résolution de ces problèmes peut être améliorée par une modélisation numérique, mais comporterait trop d'inconnues et engendrerait des erreurs très grandes, car il manque des mesures prises sur le terrain, et des données précises. Il faut corrélérer les moyens, comme dit le proverbe Allemand : "on ne tire pas sur des moineaux avec un canon".

CONCLUSION PERSONNELLE

Ce stage fut l'occasion de nous familiariser avec le métier de la recherche. Nous avons, entre autres, transposé une situation réelle sous forme de modèle mathématique en cherchant à simplifier la situation de manière pertinente ce qui était une première pour nous.

Ce stage nous a également permis d'acquérir des connaissances sur des sujets intéressants, notamment les efforts exercés par un écoulement sur une structure ; d'utiliser des techniques nouvelles, telles que l'utilisation du logiciel de mise en page Latex ; de mettre en application des connaissances acquises durant notre parcours universitaire, comme l'équation de forme d'une chaînette, apprise en cours de mécanique analytique, et la méthode discrète de Newton pour le calcul des zéros d'une fonction.

Nous estimons que ce stage a été très enrichissant et servira de référence pour nos choix futur concernant nos parcours respectifs. Nous sommes donc très reconnaissant envers monsieur Wirth d'avoir eu la gentillesse de nous accueillir au sein du LEGI pour cette expérience instructive.

BIBLIOGRAPHIE

*B. Mutlu Sumer & Jørgen Fredsøe, *Hydrodynamics around cylindrical structures*, World Scientific, 1997

*Régis Joulié, *Mécanique des fluides appliquée*, Paris Ellipses, 1998

*Amyotte Luc, *Introduction au calcul avancé et à ses applications en sciences*, Éditions du renouveau pédagogique (Québec), 2004

ANNEXES

```

1 .....Modèle.2:-filet-avec-flotteurs-apparents
2 .....//fonction-de-forme
3 .....
4 clear
5
6 //paramètres:
7 p=0.001//pas
8 e=0.0001//précision
9 x0=1//valeur-grossière
10 r=1000//résidu
11 h=25//hauteur-d'eau
12 l=60//longueur-du-câble
13
14 //programme-méthode-de-Newton
15
16 function [A]=l(k)
17 ... A=log((-1+exp(-2*h/k))/(1-exp(2*h/k)))/2
18 endfunction
19
20 function [y]=f(k)//fonction-dont-on-cherche-les-racines
21 ... y=k*(sinh(l(k)+(h/k))-sinh(l(k)))-1
22 endfunction
23
24
25 function [w]=g(k)//dérivé-de-la-fonction-f
26 ... w=(f(k+p)-f(k))/p
27 endfunction
28
29 while abs(r)>e//boucle-tant-que-permet-l'iteration-de-la-méthode-de-Newton
30 ... x1=x0-f(x0)/g(x0)
31 ... r=(x1-x0)/x0//calcul-du-résidu
32 ... x0=x1
33 ...
34 end
35
36 K=x1
37 disp(K)
38
39 A=l(K)
40 disp(A)
41
42 B=-K*cosh(A)
43 disp(B)
44
45
46
47 function [x]=c(z)//fonction-de-forme-de-la-corde-verticale
48 ... x=-K*cosh((z/K)+A)-B
49 endfunction
50
51 //tracé-de-la-fonction-de-forme-x(z)
52
53 z=[0:0.1:h]
54 w=feval(z,c)
55
56 plot2d(w,z,2,leg='l=30")
57 xtitle('fonction-de-forme-du-câble','axe-X','axe-Z')
58
59

```

FIGURE 19 – Programme pour tracer l'équation de forme du filet à flotteur apparent sous Scilab

```

1 | .....Modèle.3: fillet submergé
2 | .....forces sur l'ancrage
3 |
4 | clear
5 |
6 | .....paramètres:
7 |
8 | h=20 // hauteur d'eau
9 | l=h // longueur du câble
10 | // V=0.01 // volume de la bouée
11 | d=1 // distance à la surface
12 |
13 | Cd=1.2 // coefficient de trainée
14 | rhoe=1000 // masse volumique de l'eau
15 | rhoa=1.2 // masse volumique de l'air
16 | L=0.5 // écart entre 2 cordes verticales
17 | D=0.01 // diamètre des cordes transverses
18 | // U=1
19 |
20 | densl=4 // nombre de corde transverse par mètre vertical
21 | gr=9.81 // accélération de la pesanteur
22 |
23 | p=0.001 // pas
24 | e=0.0001 // précision
25 |
26 |
27 |
28 | function hori=Fu(u) // fonction donnant Fc/ax en fonction de la vitesse du
29 | .....courant u
30 |
31 | hori=Cd*rhoe*(u^2)*densl*D*L/2
32 |
33 | endfunction

```

```

1 function A=Fb(u,s) // fonction donnant A en fonction de la vitesse du
2 .....courant u et de la force de poussé de la bouée s
3
4 .....A=asinh(Fu(u)/s)
5
6 endfunction
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000

```

FIGURE 20 – Programme pour le tracé des figures 17 et 18 (1/2)

```

10 fp=x1 // force de poussée sur la bouée.
11
12
13 ... x=fp/(rhoe*gr)
14 ...
15 endfunction
71
72 // tracé du volume de la bouée en fonction de u pour d=1m
73
74 u=[0.1:0.1:1.5]
75 V=feval(u,volume)
76 ...
77 plot2d(u,V,2)
78 xtitle('volume en fonction de la vitesse avec d=1','vitesse-u.(en.m/s)','vo
79 lume.v.(en.m^3)')
79 scf()
80
32
1 function wc=forcevert(u) // fonction donnant Fc/az en fonction de u
2 ...
3 ... x0=1
4 ... r=1000
5 ...
6 while abs(r)>e
7 ... x1=x0-total(u,x0)/g(u,x0)
8 ... r=(x1-x0)/x0
9 ... x0=x1
10 end
11
12 fp=x1
13
14 ... wc=fp
15 ...
16 endfunction
97
98 // tracé des forces verticale et horizontale sur l'ancrage en fonction de u
99
100 Wc=feval(u,forcevert)
101 Kk=feval(u,FU)
102
103 plot2d(u,Wc,2)
104 plot2d(u,Kk,5)
105
106 xtitle('force verticale et horizontale en fonction de la vitesse avec d=1',
'vitesse-u.(en.m/s)','force.(en.Newton)')
107

```

FIGURE 21 – Programme pour le tracé des figures 17 et 18 (2/2)