

3^{ème} année de Licence en Mécanique, Université Joseph Fourier

Modélisation numérique de l'influence de la
mise en suspension de sédiments dans le
déclenchement d'un tsunami grâce aux
équations de Saint Venant

Benoît Coronel

2010

Responsable : Achim Wirth



Contents

Remerciements	4
Résumé	5
Abstract	5
Introduction	7
0.1 But du stage	7
0.2 Laboratoire d'accueil	7
1 Modèle Physique	9
1.1 Tsunamis	9
1.2 Modèle à 2 couches	10
1.3 Énergie des vagues	11
2 Modèle Mathématique	12
2.1 Équations de Shallow Water	12
2.1.1 Diffusion et Advection	13
2.1.2 Shallow water	14
2.1.3 Vitesse des vagues	14
2.2 Énergie des vagues	15
2.2.1 Énergie potentielle	15
2.2.2 Énergie cinétique	15
3 Modèle Numérique	16
3.1 Équations de Shallow Water	16
3.1.1 Diffusion et Advection	16
3.1.2 Shallow water	17
3.2 Le Programme	18
3.3 Condition de CFL	19
4 Résultats	21
4.1 Validation du programme	21
4.1.1 Diffusion et Advection	21
4.1.2 Shallow water	22
4.1.3 Vitesse des vagues	24
4.2 Énergie des vagues	25
4.2.1 Énergies potentielle et cinétique	26
4.2.2 Répartition de l'énergie	27
Conclusion	30

ANNEXES	31
Bibliographie	40

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu toute l'équipe du LEGI et notamment M. Christophe Baudet, pour m'avoir permis de réaliser mon stage dans ce laboratoire dans un domaine très intéressant, et dans une très bonne ambiance.

Je souhaite ensuite remercier principalement mon maître de stage M. Achim Wirth, pour sa disponibilité, son aide et sa confiance. Il m'a guidé et mis dans les meilleures conditions pour effectuer ce stage riche sur le plan théorique, ainsi que dans la manière et les outils utilisés, mais aussi humainement.

Je remercie également les membres de mon bureau; thésards et post-docs, pour m'avoir si bien accueilli. Leur bonne humeur m'a permis de réaliser ce stage de manière sérieuse dans un environnement détendu, grâce aux discussions et aux conseils.

Je tiens à remercier aussi Martin Puy, pour le soutien apporté lors de parties similaires de nos stages

Résumé

De nos jours, l'utilisation de modèles numériques a une grande importance dans l'étude de phénomènes physiques. Ce stage m'a permis d'utiliser la modélisation numérique afin de simuler la dynamique d'un océan à 2 couches, la couche inférieure représentant la présence de sédiments en suspension dans l'eau à proximité du fond de l'océan, afin d'en étudier les effets sur le reste du domaine. Cela dans le cadre de l'étude des causes des tsunamis, et l'importance que peuvent avoir des sédiments mis en suspension suite à un séisme ou un glissement de terrain.

Tout d'abord, il a fallu que je me familiarise avec les équations à 2 couches de Saint-Venant, ou Shallow Water. Ces équations permettent de déterminer les hauteurs et vitesses de déplacement des couches de fluide et leurs interactions. Ces relations découlent de simplifications des équations de Navier-Stokes.

Par la suite, j'ai discrétisé ces équations de Shallow Water grâce à la méthode d'Euler explicite afin de pouvoir les programmer. J'ai donc mis en place un programme rédigé en Fortran afin de simuler ces écoulements en prenant compte de sa stabilité et de sa précision.

J'ai ensuite exploité les résultats obtenus au commencement à l'aide du logiciel Scilab, permettant de réaliser graphiques, animations et calculs graphiques. Les résultats ont tout d'abord été recoupés avec des données connues, afin de pouvoir valider le bon fonctionnement du programme.

Une fois assuré de l'efficacité du programme, j'ai étudié plusieurs situations, afin de déterminer l'importance à la surface de l'arrivée d'une énergie potentielle concentrée dans une bosse aux abords du fond de l'océan, et de son rôle dans l'apparition d'un tsunami.

Ce stage m'a permis de découvrir de nouvelles connaissances, dans le domaine de la mécanique des fluides à grande échelle et de la modélisation numérique en Fortran. De plus il m'a permis de découvrir de nouveaux outils, tels que le système d'exploitation Unix, Scilab pour traiter et représenter les données, et le logiciel L^AT_EX qui a été utilisé pour rédiger ce rapport.

Abstract

Nowadays, numerical models have an important place in the study of physical phenomena. This work experience gave me the opportunity to employ numerical modelling to simulate a two-layer ocean in which the lowest layer represents the presence of sediments in the water near ocean bottom, in order to study their effects on the remaining area. The study of possible tsunamis causes, and the importance of sediments in suspension after an earthquake or a landslide are studied.

First of all, I had to learn about the two-layer shallow water equations, also called Saint-Venant equations. These equations allow to determine the evolution of the heights and velocities of the fluid layers and their interactions. These mathematical relationships result from simplifications of the Navier-Stokes equations.

Thereafter, I have discretized these shallow water equations with the Euler explicit method to encode them. Then I have established a program in Fortran to simulate the flow while considering its stability and accuracy.

Then I have exploited the results obtained at the beginning using the Scilab software, to realize graphics, animations and graphic calculations. Results have been first checked with known data, in order to validate the correctness of the program.

I have studied several configurations, to establish the significance on the surface of the arrival of a potential energy situated in a bump near ocean bottom, and its role in the appearance of tsunamis.

This work experience gave me the opportunity to acquire new knowledge, in fluid mechanics and Fortran numerical modelling domains. Moreover it allowed me to discover new tools, such as the computer operating system Unix, the Scilab software to process and picture data, and the \LaTeX software which has been used to write this report.

Introduction

Pensant poursuivre mes études dans le domaine de la mécanique des fluides et du numérique, je souhaitais avoir la chance de réaliser un stage permettant d'allier ces 2 domaines. Ce stage est apparu comme idéal, combinant océanographie et modélisation numérique.

0.1 But du stage

L'objectif de ce stage est d'étudier la dynamique d'un océan mise en mouvement suite à un séisme ou glissement de terrain. Le problème physique concerne la détermination de l'influence d'une injection d'énergie potentielle au fond de l'océan, sous la forme d'expulsion de sédiments suite à un séisme ou un glissement de terrain. L'influence de ce phénomène à la surface de l'océan pourra alors être comparée à ce qui se passe lors de l'apparition d'un tsunami, et ainsi constater si cette influence est importante ou non. Pour cela je vais me servir d'un modèle mathématique, utilisant les équations de shallow water à deux couches, puis mettre en place un modèle numérique permettant de simuler de manière unidimensionnel un domaine constitué de 2 couches de fluides à écoulement unidirectionnel afin de représenter cette dynamique de l'océan.

0.2 Laboratoire d'accueil

L'équipe dans laquelle le stage s'est effectué est l'équipe MEOM (Modélisation des Écoulements Océaniques à Moyenne et grande échelle), qui dépend du LEGI (Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels).

Le LEGI est une unité mixte de recherche, sous tutelles du CNRS, de l'UJF et de l'INPG. Les activités de recherche menées au LEGI en mécanique des fluides et transfert sont basées sur une méthode alliant modélisation, expérimentation, simulation numérique à hautes performances et développement d'instruments de mesure innovants. Les principaux thèmes de recherche sont orientés vers la dynamique des écoulements.

Les études de l'équipe MEOM s'orientent plus particulièrement sur le rôle de l'océan dans les équilibres climatiques, et sur la prévision à moyen terme des circulations océaniques. Cela s'intègre dans les programmes internationaux de recherche sur le climat et l'environnement. Trois grands axes organisent ces recherches. En premier lieu, il est nécessaire de pouvoir utiliser des méthodes mathématiques avancées, afin de bien appréhender et simuler le fonctionnement de l'océan, ou pour interpréter et synthétiser les observations disponibles. L'équipe MEOM s'inscrit donc dans la conception et le développement des outils numériques permettant de réaliser cela. Ensuite, il devient nécessaire de simuler l'océan explicitement grâce aux modèles les plus précis possibles, ou de remodeler la manière dont il évolue.

L'étude et l'interprétation de ces simulations devient alors compliquées, utilisant ces importantes quantités de données produites. Enfin, et pour résoudre ce problème, le MEOM est impliqué dans la mise au point des systèmes d'observation océanique, afin de pouvoir recouper ces observations avec les résultats théoriques.

L'équipe MEOM est composée de 3 directeurs de recherche, 3 chargés de recherche, 2 ingénieurs de recherche, 1 maître de conférence, 1 ingénieur d'études, d'étudiants en thèse, de post-doctorants, 1 secrétaire et quelques stagiaires.

Chapter 1

Modèle Physique

Le modèle que je vais tenter de réaliser ici est un océan unidimensionnel, de manière simplifiée. On peut considérer qu'un océan possède typiquement les caractéristiques suivantes:

- Une longueur de l'ordre de quelques milliers de kilomètres
- Une profondeur pour atteindre la croûte océanique d'en moyenne 6 kilomètres
- En surface, une masse volumique variant de 1020 à 1030 $kg \cdot m^{-3}$. En profondeur, la pression peut amener la masse volumique à augmenter jusqu'à 1070 $kg \cdot m^{-3}$

1.1 Tsunamis

Le but du stage étant d'étudier les influences de la mise en suspension de sédiments dans l'apparition des tsunamis, il faut d'abord connaître les causes générales de création de ces raz-de-marée. En effet, à l'origine d'un tsunami, on peut avoir un séisme, une éruption volcanique ou un glissement de terrain. Lors de ces 3 cas possibles, le phénomène peut provoquer une modification importante de la topographie du fond marin, entraînant une élévation ou une baisse brusque pour une certaine zone de la surface de l'océan. Ce changement de niveau du plancher océanique se fait sur une distance large de l'ordre d'une centaine de kilomètres. À la surface, l'élévation ne dépasse pas la hauteur d'un mètre, mais s'étale donc sur quelques centaines de kilomètres. Cette vague voyage à une vitesse $v = \sqrt{g \cdot H}$ (avec g la constante de gravité = $9.8m \cdot s^{-2}$, et H la profondeur de l'océan).

C'est à l'approche de la côte que cette vague va ralentir en suivant l'évolution de la profondeur. Généralement, pour un tracé avec une diminution de profondeur constante, la vague va se retrouver avec une vitesse plus élevée à l'arrière qu'à l'avant. Ainsi la partie arrière de la vague va rattraper l'avant, ce qui amènera la vague à voir augmenter sa hauteur de quelques mètres et ainsi convertir son énergie cinétique en énergie potentielle tout en restant extrêmement longue.

Il s'avère que lors d'un séisme ou d'un glissement de terrain, des particules de sédiments sont mis en mouvement et se retrouvent en suspension au-dessus du plancher océanique, ce qui peut jouer un rôle amplificateur ou réducteur dans la formation de tsunamis. D'après des mesures réalisées lors du tremblement de terre sous-marin du 9 juillet 1997 au large

du Venezuela, ces panaches s'étaient alors élevés à plusieurs centaines de mètres, avec une forte concentration dans les 200 ou 300 premiers mètres. C'est l'influence de ce phénomène que je vais analyser.

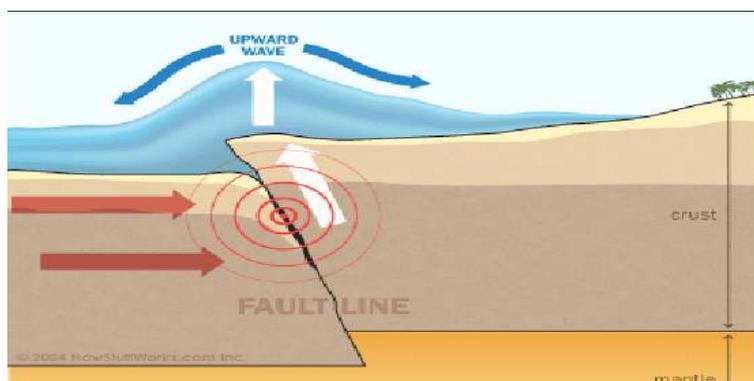


Figure 1.1: Tsunami causé par un séisme

1.2 Modèle à 2 couches

Afin de simuler l'influence de ces sédiments mis en suspension, je représenterais l'océan de manière simple avec uniquement 2 couches. L'épaisseur de la couche inférieure ($n^{\circ}2$) sera prise très faible, de l'ordre de quelques mètres, et la couche supérieure ($n^{\circ}1$) aura une hauteur de l'ordre de milliers de mètres. Cette couche 1 représentera donc quasiment toute la profondeur de l'océan, quand la couche 2 subira des modifications de profondeur par endroits associées à une augmentation de densité afin de modéliser la libération de particules de sédiments au fond de l'océan et son influence sur la surface au cours du temps.

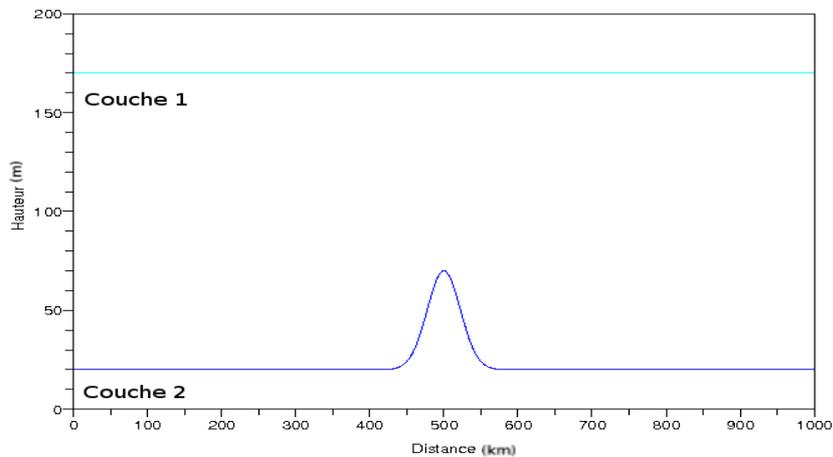


Figure 1.2: Représentation unidimensionnelle de l’océan, composé de 2 couches. La bosse sur la couche inférieure correspond à la mise en suspension de sédiments.

1.3 Énergie des vagues

Par la suite, je vais étudier l’énergie présente dans ces larges bosses qui nous intéressent. Elle se divise en énergie potentielle et en énergie cinétique. Dans le cas de l’apparition d’une bosse chargée en sédiments sur l’interface entre les 2 couches, cette bosse représente une énergie, qui est potentielle ; elle va ensuite s’effondrer en 2 bosses dans le cas unidimensionnel, chacune possédant une énergie cinétique et potentielle. De plus, une partie de cette énergie de départ va se transmettre à la surface, où des bosses ou des creux apparaîtront, possédant eux aussi une énergie cinétique et potentielle.

La différence avec une vague classique concerne l’énergie cinétique. En effet, pour une simple série de vagues créée à la surface par le vent, leur longueur d’onde est faible, tandis qu’un tsunami possède une très grande longueur d’onde. De plus, dans le cas d’un tsunami, toute l’épaisseur de la couche est mise en mouvement, sa masse étant énorme, cela confère au tsunami une énergie cinétique exceptionnelle, qui se convertira donc en énergie potentielle à l’approche des côtes.

Malheureusement, l’énergie présente dans ces bosses à l’interface n’a jamais été mesurée, il va donc falloir faire des hypothèses concernant la concentration en sédiments au fond de l’océan suite à ces séismes. On prendra une augmentation de la concentration pouvant aller de la dizaine à la centaine de kilogrammes par mètre cube.

Chapter 2

Modèle Mathématique

Dans le but de modéliser un océan, je vais introduire le modèle mathématique qui sera utilisé ensuite pour la programmation. Concrètement, je vais utiliser les équations de Saint-Venant, ou équations de Shallow water pour modéliser des vagues et du courant. Il est nécessaire de préciser qu'ici les équations de shallow water sont simplifiées de telle façon qu'on considère une dynamique unidirectionnelle, composée de 2 couches.

2.1 Équations de Shallow Water

Les équations de shallow water sont dérivées des équations de Navier-Stokes, pour le cas où l'on a une profondeur négligeable par rapport à la longueur du domaine étudié. Shallow water se traduit en français par eaux peu profondes. Dans le cas présent, je me place dans un océan d'une longueur typique de milliers de kilomètres, et d'une profondeur d'une moyenne d'environ 6 km ; ce cas correspond à des eaux peu profondes, où la longueur est très grande devant la profondeur, ce qui nous permet d'utiliser les équations de shallow water. On a donc pour un écoulement unidirectionnel composé de 2 couches les équations de shallow water directement :

$$\partial_t u_1 + u_1 \partial_x u_1 + g \partial_x (\eta_1 + \eta_2) = \nu \nabla^2 u_1 \quad (2.1)$$

$$\partial_t \eta_1 + \partial_x [(H_1 + \eta_1) u_1] = 0 \quad (2.2)$$

$$\partial_t u_2 + u_2 \partial_x u_2 + g'' \partial_x (\eta_1 + \eta_2) + g' \partial_x \eta_2 = \nu \nabla^2 u_2 \quad (2.3)$$

$$\partial_t \eta_2 + \partial_x [(H_2 + \eta_2) u_2] = 0 \quad (2.4)$$

Dans ces équations les indices 1 et 2 correspondent respectivement aux couches supérieure et inférieure. De plus, on a la gravité réduite $g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$ et $g'' = g\rho_1/\rho_2$, avec ρ la masse volumique. La gravité réduite correspond à l'accélération dirigée vers le bas que subit une partie de fluide plus lourde plongée dans une partie plus légère, due à l'effet de pesanteur.

Les variables $u_1(x, t)$ et $u_2(x, t)$ correspondent aux vitesses de déplacement du fluide en $[\text{m/s}]$.

Les variables $\eta_1(x, t)$ et $\eta_2(x, t)$ correspondent aux hauteurs de vague par rapport à l'océan au repos, et s'expriment en mètres.

H_1 et H_2 sont les épaisseurs des couches 1 et 2, en mètres.

ν correspond à la viscosité cinématique du fluide en $[\text{m}^2/\text{s}]$.

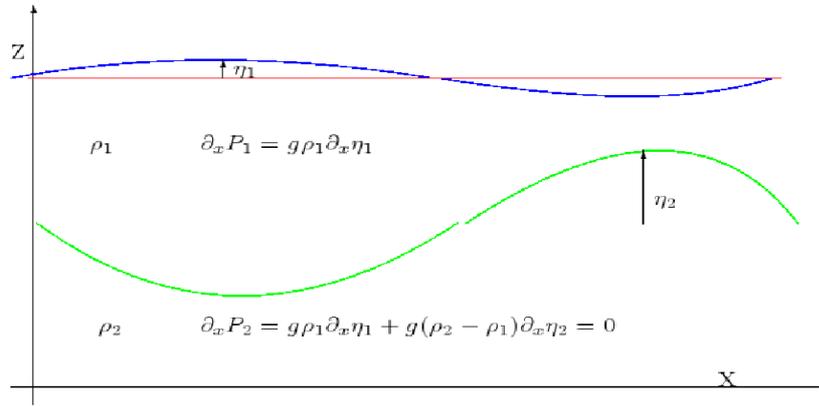


Figure 2.1: Couches 1 et 2

Pour pouvoir utiliser les équations de shallow water à 2 couches dans le cas de l'océan, je devrais faire l'approximation selon laquelle la masse volumique est constante et uniforme sur toute la profondeur, sachant qu'en réalité la masse volumique à la surface est d'environ $1020 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, pour un maximum de $1070 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ aux profondeurs élevées.

Je vais ajouter les différents termes des équations au fur et à mesure, afin d'étudier les effets individuels de chacun sur la dynamique, ce qui nous permettra de mieux comprendre leur importance.

2.1.1 Diffusion et Advection

Tout d'abord, je m'intéresse pour une seule couche à l'équation de diffusion suivante :

$$\partial_t u_1 = \nu \nabla^2 u_1 \quad (2.5)$$

On peut faire l'analogie pour cette équation avec celle de la chaleur, où u correspondrait à la chaleur, et ν au coefficient de diffusivité thermique.

Étant donné que je me trouve dans un système unidimensionnel, je peux noter :

$$\partial_t u_1 = \nu \partial_{xx} u_1 \quad (2.6)$$

Je peux ensuite ajouter le terme d'advection correspondant au déplacement selon x , où la vitesse d'advection est u_1 , ce qui donne l'équation :

$$\partial_t u_1 = \nu \partial_{xx} u_1 - u_1 \partial_x u_1 \quad (2.7)$$

Je peux aussi ici simplifier la forme en l'utilisant ainsi :

$$\partial_t u_1 = \nu \partial_{xx} u_1 - \frac{1}{2} \partial_x u_1^2 \quad (2.8)$$

2.1.2 Shallow water

Je me retrouve donc avec les équations suivantes, qui s'avèreront plus simples à programmer que les équations initiales:

$$\partial_t u_1 + \frac{1}{2} \partial_x u_1^2 + g \partial_x (\eta_1 + \eta_2) = \nu \partial_{xx} u_1 \quad (2.9)$$

$$\partial_t \eta_1 + \partial_x [(H_1 + \eta_1) u_1] = 0 \quad (2.10)$$

$$\partial_t u_2 + \frac{1}{2} \partial_x u_2^2 + g'' \partial_x (\eta_1 + \eta_2) + g' \partial_x \eta_2 = \nu \partial_{xx} u_2 \quad (2.11)$$

$$\partial_t \eta_2 + \partial_x [(H_2 + \eta_2) u_2] = 0 \quad (2.12)$$

Le chapitre suivant sera en partie consacré à la programmation de ces équations.

2.1.3 Vitesse des vagues

La vitesse de l'onde qu'est la vague à la surface de l'océan nous est donnée par la formule suivante : $c_1 = \sqrt{g \cdot H}$, avec g la constante de gravité et H la profondeur de l'océan. Ainsi pour une profondeur de 4000 mètres, la vitesse d'une vague à la surface sera d'environ $200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Il est important de noter que la vitesse de la vague est différente de la vitesse de déplacement des particules de cette vague, qui est elle plus faible lors du déplacement de la vague. C'est lorsque la vitesse des particules d'eau rattrape la vitesse de phase de la vague qui les supporte que se produit le déferlement de la vague.

À l'interface des 2 couches de notre modèle, la vitesse de la vague repose sur une autre formule : $c_2 = \sqrt{\frac{g' \cdot H_1 \cdot H_2}{H_1 + H_2}}$, avec g' la gravité réduite, et H_1 et H_2 les profondeurs des couches 1 et 2.

En prenant une profondeur H_2 faible devant H_1 , je peux simplifier l'expression afin d'obtenir : $c_2 = \sqrt{g' \cdot H_2}$.

2.2 Énergie des vagues

2.2.1 Énergie potentielle

L'énergie potentielle pour une bosse de hauteur η avec ou sans vitesse initiale est de $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$, avec m la masse de la vague, g la gravité (ou g' la gravité réduite pour une bosse à l'interface), et h l'altitude du centre de gravité. On a alors $m = \eta(x) \cdot dx \cdot \rho$ et $h = \frac{1}{2} \cdot \eta$. On obtient alors pour l'énergie potentielle la formule :

$$E_{pot} = \int g \cdot \rho \cdot \frac{1}{2} \cdot \eta^2(x) \cdot dx$$

Cette expression peut se simplifier ainsi :

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \rho \cdot \int \eta^2(x) \cdot dx$$

À partir de là, je peux mettre en évidence le fait que pour avoir une même énergie potentielle, une vague 2 fois moins dense doit être $\sqrt{2}$ fois plus grande.

Dans le cas d'une bosse à l'interface, étant donné que $g' = g \cdot \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2}$, l'équation devient :

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot \int \eta^2(x) \cdot dx$$

Et donc dans ce cas là, pour une vague $\sqrt{2}$ fois plus grande, c'est la différence de masse volumique entre les 2 couches qui doit être 2 fois plus petite.

2.2.2 Énergie cinétique

Pour une bosse de hauteur η , et dont la vitesse du fluide est u , l'énergie cinétique vaut : $E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2$, avec m la masse de la couche de fluide.

La vitesse u correspond à la vitesse de déplacement des particules de fluide, qui est obtenu grâce aux équations de shallow water, dans lesquelles elle interagit avec la hauteur des vagues.

J'obtiens alors l'expression suivante :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \int \rho \cdot (H + \eta(x)) \cdot u^2(x) \cdot dx$$

Je peux la simplifier et obtenir :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int (H + \eta(x)) \cdot u^2(x) \cdot dx$$

Chapter 3

Modèle Numérique

Je vais à présent réaliser le modèle numérique permettant de reproduire le modèle mathématique composé des équations de shallow water.

3.1 Équations de Shallow Water

3.1.1 Diffusion et Advection

En utilisant la méthode d'Euler explicite en temps, je vais pouvoir écrire comme suit les dérivées partielles par rapport au temps en fonction des ix et it , qui sont des valeurs entières discrètes, qui donnent les positions spatiales et temporelles des hauteurs η et des vitesses u :

$$\partial_t u(ix, it) = \frac{u(ix, it + 1) - u(ix, it)}{\Delta t} \quad (3.1)$$

Et comme cela les dérivées partielles spatiales :

$$\partial_x u(ix, it) = \frac{u(ix + 1, it) - u(ix - 1, it)}{2\Delta x} \quad (3.2)$$

Pour la dérivée d'ordre 2, je procède ainsi :

$$\partial_{xx} u(ix, it) = \frac{\partial_x u(ix + \frac{1}{2}, it) - \partial_x u(ix - \frac{1}{2}, it)}{\Delta x}$$

$$\partial_x u(ix + \frac{1}{2}, it) = \frac{u(ix + 1, it) - u(ix, it)}{\Delta x}$$

$$\partial_x u(ix - \frac{1}{2}, it) = \frac{u(ix, it) - u(ix - 1, it)}{\Delta x}$$

d'où :

$$\partial_{xx} u(ix, it) = \frac{u(ix + 1, it) - 2u(ix, it) + u(ix - 1, it)}{(\Delta x)^2} \quad (3.3)$$

Dans le programme, je noterais $u(ix, it + 1)$ de cette manière : $u^n(ix)$ (n pour “new”), et $u(ix, it)$ ainsi : $u^o(ix)$ (o pour “old”). Cette notation permettra de réécrire chaque $u^n(ix)$ sur les $u^o(ix)$ précédents afin de ne pas utiliser trop de mémoire. De plus, j'utiliserais les conditions de bords périodiques, en disant que le dernier point correspond au deuxième, et le premier à l'avant-dernier. On réalise la même manipulation pour obtenir $\eta^n(ix)$

3.1.2 Shallow water

En procédant ainsi, les équations de shallow water discrétisées donnent pour $u_1^n(ix)$, $u_2^n(ix)$, $\eta_1^n(ix)$, $\eta_2^n(ix)$:

$$\begin{aligned} \eta_1^n(ix) &= \eta_1^o(ix) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \cdot [(\eta_1^o(ix + 1) - (\eta_1^o(ix - 1)))) \cdot u_1^o(ix) \\ &\quad + (H_1 + \eta_1^o(ix)) \cdot (u_1^o(ix + 1) - u_1^o(ix - 1))] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_2^n(ix) &= \eta_2^o(ix) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \cdot [(\eta_2^o(ix + 1) - (\eta_2^o(ix - 1)))) \cdot u_2^o(ix) \\ &\quad + (H_2 + \eta_2^o(ix)) \cdot (u_2^o(ix + 1) - u_2^o(ix - 1))] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1^n(ix) &= u_1^o(ix) - \Delta t \cdot \left[\frac{1}{4\Delta x} \cdot ((u_1^o(ix + 1))^2 - (u_1^o(ix - 1))^2) \right. \\ &\quad + \frac{g}{2\Delta x} \cdot (\eta_1^o(ix + 1) - \eta_1^o(ix - 1) + \eta_2^o(ix + 1) - \eta_2^o(ix - 1)) \\ &\quad \left. - \frac{\nu}{(\Delta x)^2} \cdot (u_1^o(ix + 1) - 2u_1^o(ix) + u_1^o(ix - 1)) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2^n(ix) &= u_2^o(ix) - \Delta t \cdot \left[\frac{1}{4\Delta x} \cdot ((u_2^o(ix + 1))^2 - (u_2^o(ix - 1))^2) \right. \\ &\quad + \frac{g''}{2\Delta x} \cdot (\eta_1^o(ix + 1) - \eta_1^o(ix - 1) + \eta_2^o(ix + 1) - \eta_2^o(ix - 1)) \\ &\quad + \frac{g'}{2\Delta x} \cdot (\eta_2^o(ix + 1) - \eta_2^o(ix - 1)) \\ &\quad \left. - \frac{\nu}{(\Delta x)^2} \cdot (u_2^o(ix + 1) - 2u_2^o(ix) + u_2^o(ix - 1)) \right] \end{aligned}$$

Ces équations vont me permettre de déduire les nouvelles valeurs de hauteurs de couches et de vitesses de déplacement du fluide à partir des résultats du temps précédent. De cette manière je pourrais créer une boucle permettant de calculer et stocker toutes ces valeurs.

3.2 Le Programme

Dans le programme situé en annexe, j'ai appelé les hauteurs de bosses et creux $z1$ et $z2$. $H1$ et $H2$ correspondent aux profondeurs des couches 1 et 2 sans prendre en compte les crêtes et les creux. C'est $h2$ qui représente la profondeur de la couche 2 en tenant compte de la modification de hauteur à l'interface des 2 couches, et ht la profondeur totale de l'océan ainsi que la variation de hauteur à la surface. Les vitesses de déplacement du fluide sont notées pour les différentes couches $u1$ et $u2$. Toutes ces valeurs réelles sont utilisées comme 'common' afin de pouvoir être utilisées dans les sous-routines qui stockent ces données dans des fichiers texte.

Les entiers n et nt correspondent respectivement aux nombres de pas en distance et en temps qui seront effectués par la boucle. lx correspond à la longueur du domaine en mètres. Pour ne pas avoir à stocker les données à chaque pas de temps et de distance, je fais tourner la boucle un certain nombre de fois $nt2$, en enregistrant seulement à chaque fin de boucle les données.

Je définis dans le programme ces valeurs, ainsi que la viscosité cinématique et les masses volumiques des 2 couches.

Je pose ensuite les conditions initiales pour la vitesse et la hauteur des couches dans une boucle, permettant de tracer la bosse comme étant une gaussienne. Dans la version présentée en annexe, la couche 2 est surmontée d'une bosse ($z2 = 100. * \exp(-((x-0.25)**2)*1000)$) d'une hauteur de 100 mètres, et est décalé d'un quart du domaine par rapport au centre. La bosse de la couche 1 est l'opposé de la bosse sur la deuxième couche afin d'avoir une surface plane.

Je lance une boucle qui va tourner $nt2$ fois, qui se charge d'appeler les sous-routines enregistrant les données. En effet, je vais d'abord laisser tourner la boucle suivant nt fois pour le temps avant d'enregistrer les données. Cela permet de ne pas avoir à les enregistrer pour tous les pas de centièmes ou millièmes de seconde.

Cette boucle contient les équations de shallow water discrétisées de manière à pouvoir calculer les nouvelles hauteurs et vitesses en fonction des anciennes.

J'ai en premier lieu observé uniquement les résultats obtenus pour une seule couche. Tout d'abord avec l'équation de diffusion, soit avec le terme $C1$. J'ai ensuite rajouté le terme d'advection $A1$, puis le terme $B1$ ne dépendant pas de la couche 2. J'ai ensuite modifié le terme $B1$ et rajouté les équations pour la seconde couche.

Une fois les calculs effectués, les anciennes valeurs de profondeurs, hauteurs et vitesses sont remplacées par les nouvelles. Les valeurs au bord prennent les valeurs du point précédent le bord opposé, afin de remplir les conditions de bords périodiques.

J'appelle ensuite les sous-routines, qui enregistrent ces valeurs dans des fichiers texte qui pourront être lus par le logiciel scilab, permettant de les représenter graphiquement, et d'effectuer les calculs d'énergies.

3.3 Condition de CFL

La condition de Courant-Friedrichs-Lewy nous est donnée par les études de ces 3 scientifiques et est nécessaire pour maintenir la stabilité ainsi que la précision dans des équations aux dérivées partielles, telles que celles nous concernant.

Par exemple, pour une vague traversant un domaine discrétisé par une grille, le pas de temps utilisé dans le calcul doit être inférieur au temps que met une vague pour aller d'un point de la grille au point suivant. Cela implique qu'en réduisant la distance entre les points de la grille, j'ai à diminuer le pas de temps.

Dans le cas unidimensionnel, la condition de CFL est donnée par :

$$\frac{u \cdot \Delta t}{2\Delta x} < 1$$

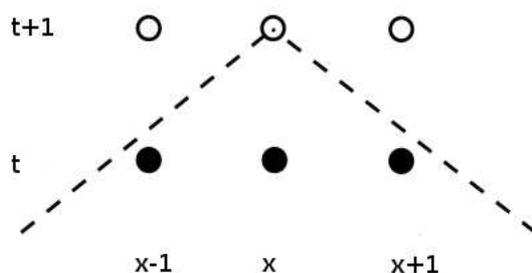


Figure 3.1: Schéma de stabilité pour la condition CFL

Pour calculer les informations concernant le point x au temps $t + 1$, la méthode utilisée se sert des données des points $x - 1$, x et $x + 1$ au temps t . Si la pente est inférieure à $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, ce qui implique une grande distance parcourue en peu de temps, alors il faudra des informations supplémentaires pour calculer celles du point x au temps $t + 1$. Or la méthode que j'ai utilisé lors de la programmation ne dépend pas des $x - 2$ et $x + 2$, les caractéristiques du point x au temps $t + 1$ ne pourront donc pas être calculées avec précision. Au fur et à mesure de la progression en temps, les résultats s'écartent de la réalité, et le programme devient instable.

De plus, je dois prendre en compte la condition de temps diffusif donnée par :

$$\frac{\nu \cdot \Delta t}{\Delta^2 x} < \frac{1}{2}$$

Il est important de tenir compte de ces contraintes, afin d'éviter la divergence du calcul numérique.

Pour respecter la condition de Courant-Friedrichs-Lewy, je devrais avoir le numérateur grand devant le dénominateur. Étant donné que je vais me placer sur un large domaine

et que le phénomène étudié est plutôt rapide, j'aurai un Δt faible devant Δx . De plus, je pourrais observer et constater plus loin que la vitesse de déplacement du fluide est généralement faible dans ce cas (< 1).

Pour respecter la condition de temps diffusif, j'ai aussi besoin d'avoir Δt faible devant Δx . Concernant la viscosité cinématique de l'eau, elle est normalement de l'ordre de $10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ dans un petit domaine, mais cette valeur peut être augmentée dans le cas présent jusqu'à une valeur d'une dizaine à quelques milliers. Cela s'explique par le fait que pour un domaine très vaste, le terme ν ne représente plus vraiment la viscosité cinématique, mais prend en compte les phénomènes de turbulence et les influences dues à la grande échelle que j'utilise ici.

Chapter 4

Résultats

4.1 Validation du programme

4.1.1 Diffusion et Advection

Je vais dans cette section m'intéresser aux résultats et commenter les graphiques obtenus avec les équations de shallow water unidimensionnel à 2 couches.

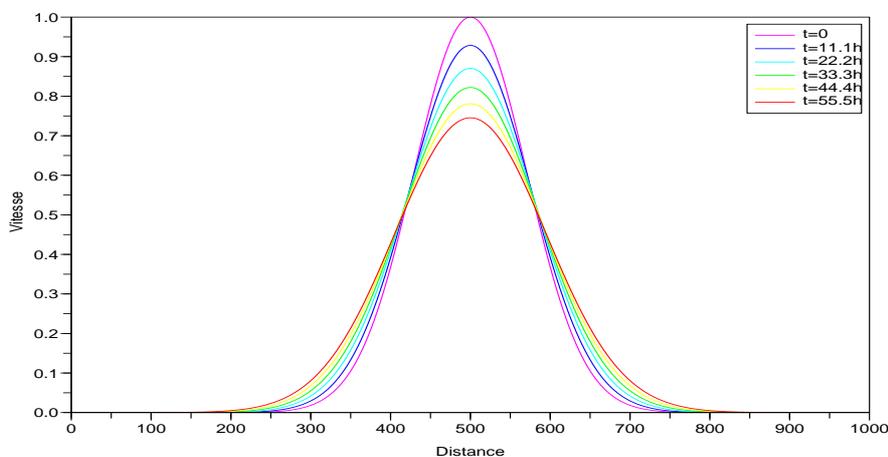


Figure 4.1: Évolution d'une gaussienne dans une équation de diffusion : On peut constater l'aplatissement de la bosse.

Caractéristiques : (Épaisseur totale $H = 4000\text{ m}$; Masse volumique $\rho = 1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $\nu = 1\text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$; Largeur du domaine = 10^4 m ; Résolution $dx = 10\text{ m}$; Pas de temps $dt = 1\text{ s}$)

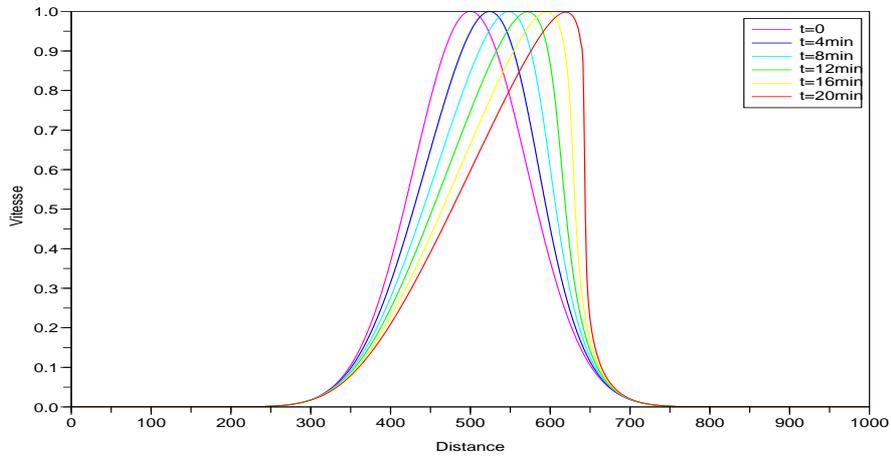


Figure 4.2: Évolution de gaussienne en ajoutant l'advection : On voit que la bosse se met bien en mouvement vers la droite, et que le phénomène est bien plus rapide que celui de diffusion, qui n'a pas le temps d'apparaître.

Caractéristiques : cf. Diffusion excepté (Pas de temps $dt = 0.1 s$)

4.1.2 Shallow water

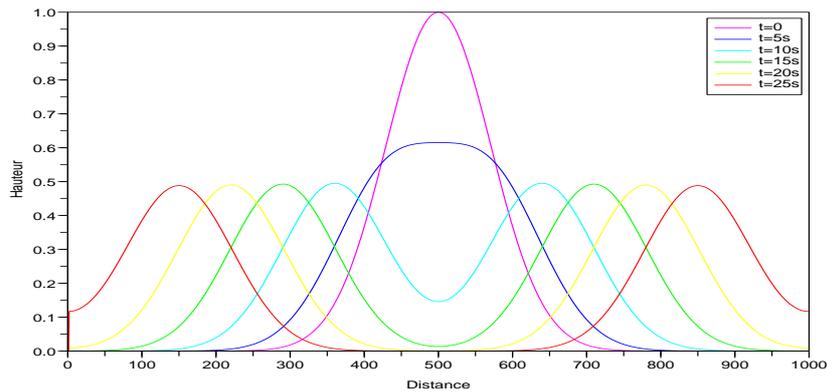


Figure 4.3: Évolution de la surface libre pour les équations de shallow water à une couche: La vague s'effondre et se divise en 2 vagues.

Caractéristiques : (Épaisseur totale $H = 4000 m$; Masse volumique $\rho = 1000 kg \cdot m^{-3}$; $\nu = 1000 m^2 \cdot s^{-1}$; Largeur du domaine = $10^4 m$; Résolution $dx = 10 m$; Pas de temps $dt = 10^{-3} s$)

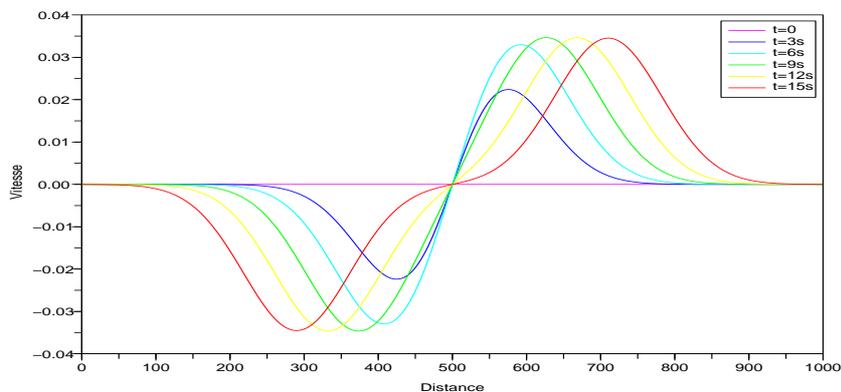


Figure 4.4: Évolution de la vitesse pour les équations de shallow water simple à une couche

La vitesse augmente jusqu'à atteindre une valeur stable.
Caractéristiques : cf. graph précédent.

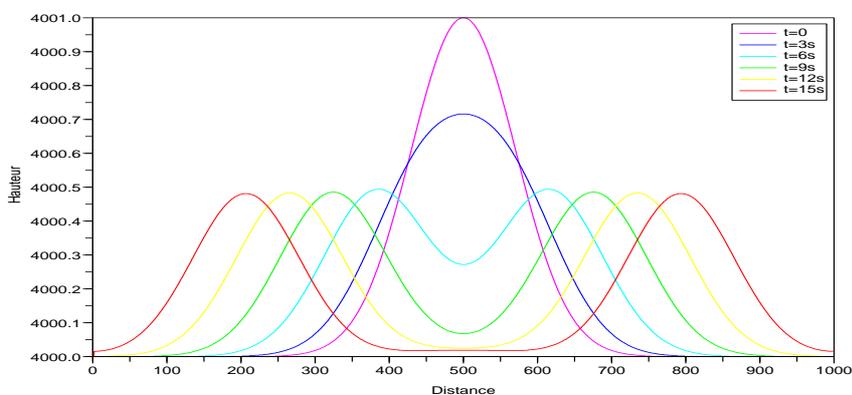


Figure 4.5: Évolution de la surface libre pour les équations de shallow water à 2 couches.

La zone entre les 2 vagues n'atteint pas la hauteur de la surface (4000 mètres) mais est légèrement supérieure. Cela est due à l'influence de l'interface sur la surface : la bosse initiale à la surface entraîne une modification de l'interface (cf graph suivant), qui entraîne elle-même une autre modification de la surface.

Caractéristiques : (Épaisseur des couches supérieure H_1 et inférieure $H_2 = 2000 \text{ m}$ chacune; Masses volumique $\rho_1 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\rho_2 = 1100 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\nu = 1000 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; Largeur du domaine = 10^4 m ; Résolution $dx = 10 \text{ m}$; Pas de temps $dt = 10^{-3} \text{ s}$)

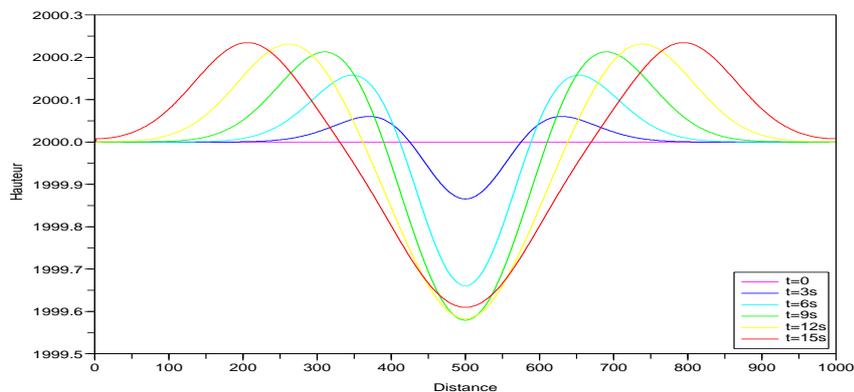


Figure 4.6: Évolution de l'interface pour les équations de shallow water à 2 couches à partir d'une bosse à la surface (cf. graph précédent).

Sur ce graphique les vagues présentes au dessus de 2000 mètres suivent les vagues de surface à la même vitesse que celles-ci. C'est la vague présente au temps t à la surface qui crée la vague à l'interface au temps t . En revanche, tous les creux situés au-dessous de 2000 mètres sont les répercussions de la bosse initiale à $t=0$, comme je le montrerais plus loin.

Caractéristiques : cf graph précédent.

4.1.3 Vitesse des vagues

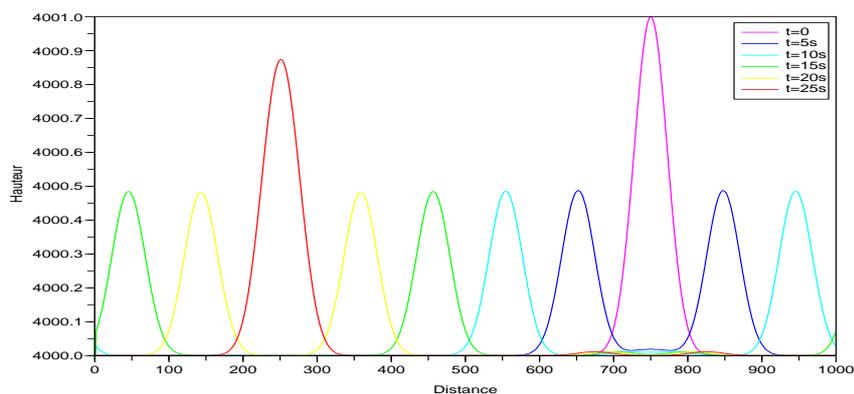


Figure 4.7: Évolution de la surface libre permettant d'estimer la vitesse des vagues.

Pour cette expérience, j'ai décalé la bosse initiale afin de valider les conditions de bords périodiques; on voit bien que ces conditions sont respectées.

Caractéristiques : (Épaisseur des couches supérieure H_1 et inférieure $H_2 = 2000 \text{ m}$ chacune; Masses volumique $\rho_1 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\rho_2 = 1100 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\nu = 100 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$;

Largeur du domaine = $10^4 m$; Résolution $dx = 10 m$; Pas de temps $dt = 10^{-3} s$)

Graphiquement, on voit que les vagues ont parcouru la distance d'environ 5000 mètres en un temps de 25 secondes, ce qui nous donne une vitesse $c_1 = \frac{d}{t} = \frac{5000}{25} = 200 m \cdot s^{-1}$.

La vitesse des vagues nous est donnée par $c_1 = \sqrt{g \cdot h}$. Cela donne ici : $c_1 = \sqrt{9.81 * 4000} = 198 m \cdot s^{-1}$.

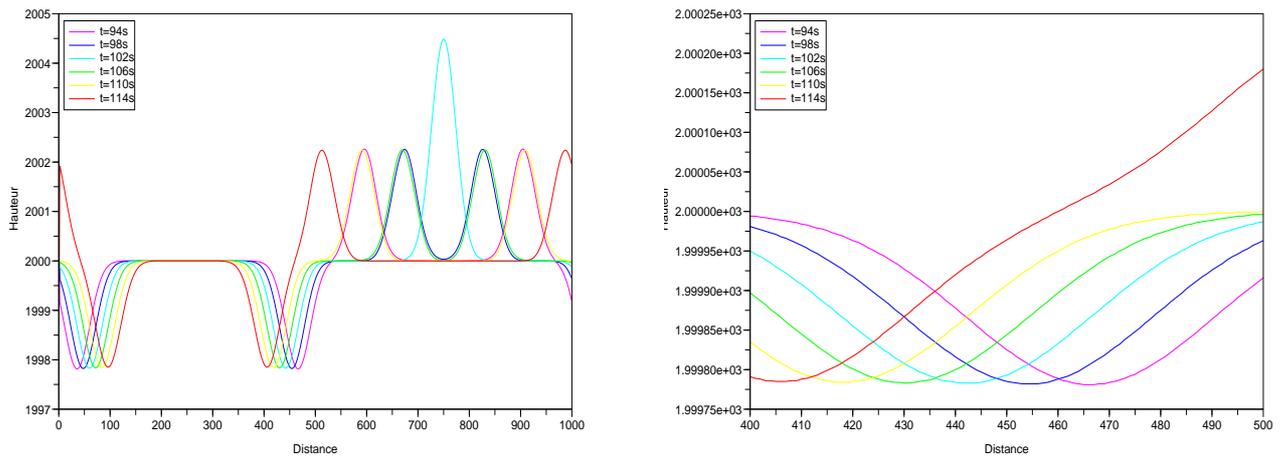


Figure 4.8: Évolution de l'interface permettant d'estimer la vitesse des vagues à partir d'une bosse à la surface (cf. graph précédent).

On peut voir dans le graphique de gauche que les crêtes situées au dessus de 2000 mètres sont bien plus rapides que les creux sous 2000 mètres. J'ai montré précédemment que ces vagues rapides se déplacent suivant les vagues de surface, et donc à la même vitesse. Pour pouvoir calculer graphiquement la vitesse de déplacement des creux, j'effectue un zoom affiché sur le graphique de droite. J'estime graphiquement que la distance parcourue est d'environ 600 mètres en 20 secondes, donnant une vitesse $c_2 = \frac{d}{t} = \frac{600}{20} = 30 m \cdot s^{-1}$.

La vitesse est donnée par la formule $c_2 = \sqrt{\frac{g \cdot H_1 \cdot H_2}{H_1 + H_2}}$. Ce qui donne : $c_2 = \sqrt{\frac{0.89 * 2000 * 2000}{4000}} = 29.9 m \cdot s^{-1}$.

Caractéristiques : cf. graph précédent.

Ces vérifications m'ont permis de m'assurer du bon fonctionnement du programme.

4.2 Énergie des vagues

Cette section sera consacrée à l'étude de la répartition de l'énergie suite à l'apparition d'une bosse à l'interface. Tous les résultats obtenus concernent le cas unidimensionnel, le domaine possède donc une largeur de 1 mètre.

4.2.1 Énergies potentielle et cinétique

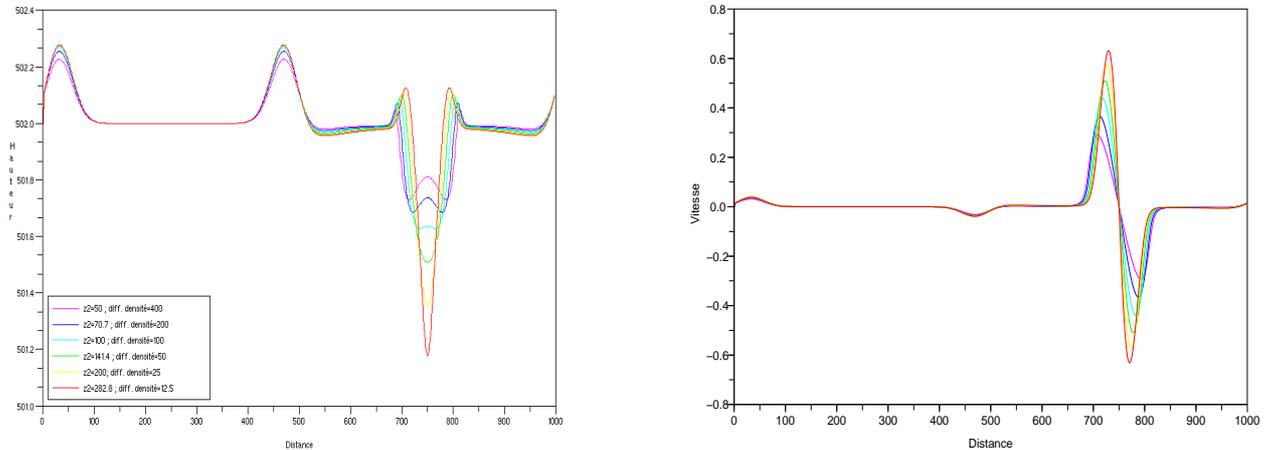


Figure 4.9: Évolution de la surface libre (à gauche) et de la vitesse de déplacement du fluide (à droite) suite à la présence à l'interface d'une bosse de hauteur z_2 d'une densité supérieure à celle de la couche supérieure.

Les différentes courbes sont toutes situées au même temps $t = 40$ secondes. La bosse à l'interface est modifiée de manière à conserver son énergie potentielle initiale pour les différents tests, à savoir en augmentant la hauteur de la bosse d'un facteur $\sqrt{2}$ tout en divisant la différence de densité par 2. On peut constater que la hauteur des vagues à la surface est toujours la même. En revanche, la vitesse augmente plus en fonction de la hauteur de la bosse à l'interface qu'en fonction de la différence de densité.

Caractéristiques : (Épaisseur des couches: supérieure $H_1 = 500$ m et inférieure $H_2 = 2$ m; Masse volumique $\rho_1 = 1000$ kg \cdot m $^{-3}$; $\nu = 1000$ m 2 \cdot s $^{-1}$; Largeur du domaine = 10^4 m; Résolution dx = 10 m; Pas de temps dt = 10^{-3} s)

Pour l'énergie potentielle, j'avais déterminé la formule suivante pour la bosse présente à la surface, dans le chapitre concernant le modèle mathématique :

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \rho \cdot \int \eta^2(x) \cdot dx$$

et celle-ci pour la bosse à l'interface :

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot \int \eta^2(x) \cdot dx$$

L'énergie cinétique pour chaque couches avait été calculé de la même manière et donnait :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int (H + \eta(x)) \cdot u^2(x) \cdot dx$$

Pour déterminer les hauteurs et vitesses en chaque points, j'ai du passer par le calcul graphique, effectué avec le logiciel Scilab. Cela m'a permis chaque hauteurs et vitesses afin de réaliser les calculs d'énergies potentielles et cinétiques.

Ainsi pour l'énergie potentielle de la bosse présente sur la couche supérieure, la formule devient :

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot \sum_{i=1}^{nx} \eta^2(i)$$

La bosse située à l'interface possède elle l'énergie potentielle :

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot \Delta x \cdot \sum_{i=1}^{nx} \eta^2(i)$$

Pour l'énergie cinétique, j'obtiens :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot \sum_{i=1}^{nx} (H(i) \cdot u^2(i))$$

À partir de ces formules, je vais pouvoir calculer les énergies potentielles contenues dans les bosses de surface et d'interface, ainsi que les énergies cinétiques des couches inférieure et supérieure.

4.2.2 Répartition de l'énergie

Suite à l'apparition d'une bosse à l'interface d'une hauteur de 100 mètres chargée en énergie potentielle, cette bosse va s'effondrer et une partie de son énergie va se transmettre, notamment à la surface. Les graphiques suivants vont nous montrer cette évolution durant 33 minutes. Les bosses créés à la surface ont une largeur de l'ordre d'une centaine de kilomètres, dans un domaine de 1000 kilomètres. Cette longueur n'est pas aussi importante que celle d'un océan. En revanche, les tsunamis peuvent être long d'une centaine de kilomètres.

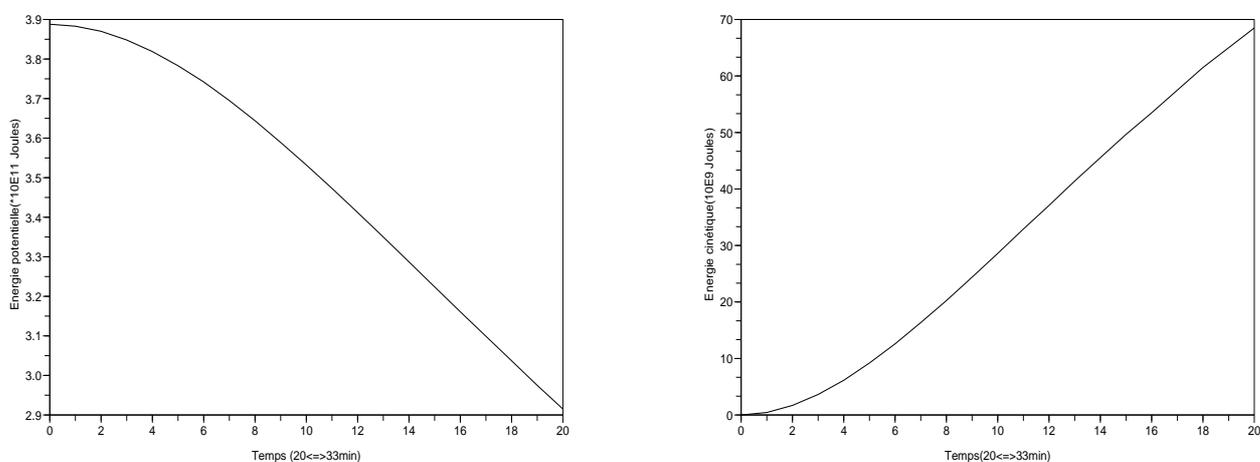


Figure 4.10: Évolution de l'énergie potentielle et cinétique à l'interface.

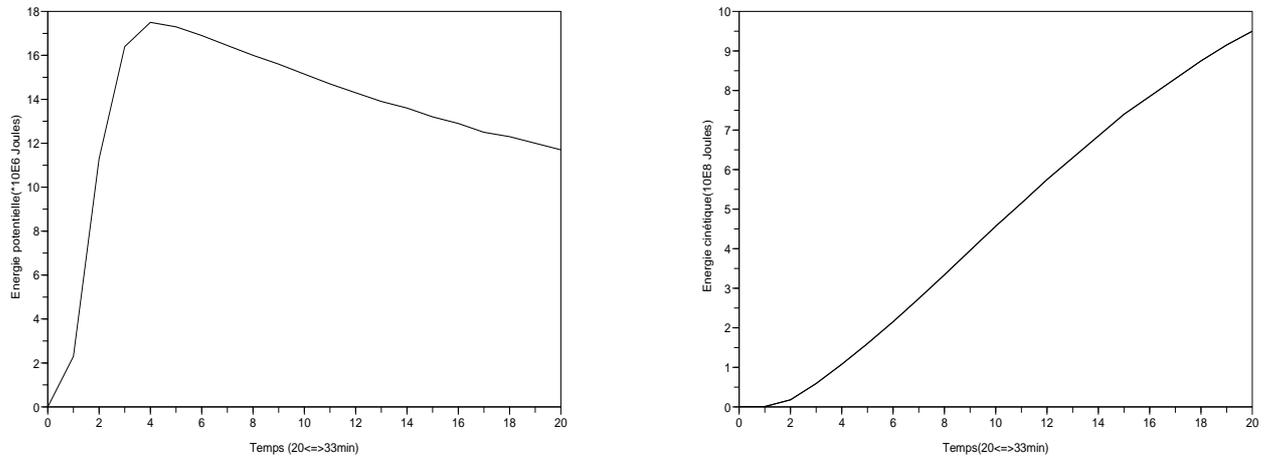


Figure 4.11: Évolution de l'énergie potentielle et cinétique à la surface.

Caractéristiques : (Épaisseur des couches: supérieure $H_1 = 4000 \text{ m}$ et inférieure $H_2 = 20 \text{ m}$; Masses volumique $\rho_1 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\rho_2 = 1200 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\nu = 100000 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; Largeur du domaine = 10^6 m ; Résolution $dx = 1000 \text{ m}$; Pas de temps $dt = 10^{-2} \text{ s}$)

D'après l'observation de ces graphiques, je peux constater que l'énergie potentielle présente initialement dans la bosse à l'interface perd son énergie de manière constante après une phase transitoire. L'énergie cinétique de la couche inférieure suit le chemin opposé, en augmentant de manière constante, mais dans des proportions légèrement moins importantes.

En ce qui concerne l'énergie pour la couche supérieure, l'énergie potentielle de la bosse à la surface suit une rapide augmentation, avant de diminuer de manière plus lente. L'énergie cinétique présente dans la couche suit une augmentation à peu près constante, bien qu'elle ralentisse légèrement sa croissance sur la fin de l'expérience.

Dans le cas étudié, ce que perd pendant 33 minutes en énergie potentielle la bosse initiale -soit environ $95 \cdot 10^9 \text{ Joules}$ - se répartit ensuite ainsi :

- Environ 74% dans l'énergie cinétique de la couche inférieure : $70 \cdot 10^9 \text{ Joules}$
- Moins de 0.1% dans l'énergie potentielle à la surface : $13 \cdot 10^6 \text{ Joules}$
- Environ 1% dans l'énergie cinétique de la couche supérieure : $0.95 \cdot 10^9 \text{ Joules}$
- Environ 25% de cette énergie serait donc perdue : $24 \cdot 10^9 \text{ Joules}$

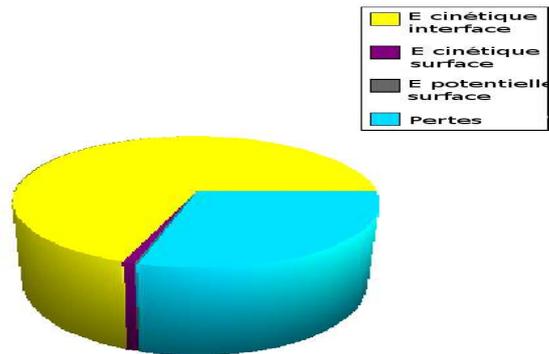


Figure 4.12: Répartition de l'énergie provenant de la bosse à l'interface

Ces valeurs peuvent varier en fonction de la profondeur du domaine étudié, de la hauteur de la bosse initiale et de sa densité, mais cela permet déjà d'avoir une idée de la manière dont se répartit l'énergie.

La puissance que possède un tsunami provient de son énergie cinétique, car c'est une partie de la couche s'étendant jusqu'au fond de l'océan qui est en mouvement. Il est normal que son énergie potentielle soit faible, car l'élévation au niveau de la surface est relativement faible.

Toutes ces valeurs correspondent au cas unidimensionnel, donc pour une largeur d'un mètre. Si j'estime que la bosse initiale peut avoir en réalité une largeur de l'ordre de la dizaine voire de la centaine de kilomètres, alors je peux multiplier ces dernières valeurs par 10^4 ou 10^5 . Ainsi j'obtiendrai une énergie cinétique de la couche supérieure arrivant à environ 10^{15} Joules. Or l'énergie développée par les tsunamis est estimée pouvant aller de 10^{15} Joules jusqu'à 10^{18} Joules. Cela montre bien que ce phénomène de mise en suspension de sédiments pourrait jouer un rôle dans l'importance qu'ont les tsunamis, selon que le séisme soit brutal ou non, ou encore selon la composition des sédiments reposant au fond de l'océan.

Conclusion

Des résultats intéressants ont pu être mis en évidence lors de ce stage, montrant que la mise en suspension de sédiments au fond de l’océan joue un rôle dans l’ampleur des tsunamis et éventuellement dans leurs apparitions. Ces résultats ont été obtenus en effectuant certaines hypothèses et simplifications, concernant les différentes couches de l’océan, sa topographie et ses caractéristiques réelles ou encore le modèle numérique. Néanmoins ces résultats sont concluants.

Bien que ces résultats soient satisfaisants, cette étude pourrait être réalisée de manière plus poussée, par exemple en utilisant les équations de Navier-Stokes à la place des équations de shallow water, afin de pouvoir étudier la vitesse de déplacement de fluide en fonction de la hauteur. Il serait intéressant de posséder des données concernant la manière dont s’échappent les sédiments lors de différents séismes, et de pouvoir représenter la topographie du terrain d’une façon plus précise. Enfin on pourrait utiliser une autre méthode pour la simulation, comme celle de Runge-Kutta.

ANNEXES

```
c 234567891234567893123456789412345678951234567896123456789123456789
c *****
c ** **
c ** PROGRAM **
c ** **
c ** shallow water **
c ** **
c ** date : 2010 **
c *****
PROGRAM sw
IMPLICIT NONE
INTEGER, PARAMETER :: n=1000
REAL(8) :: dt,dx,lx
REAL(8) :: u1o(n),u2o(n),u1n(n),u2n(n),z1o(n),z2o(n),z1n(n)
& , z2n(n),x,nt2,h2n(n),htn(n),h2o(n),hto(n)
INTEGER expnum,i1, it, nt,ix, it2
REAL :: H1,H2,g,nu,rho1,rho2
REAL :: A1, B1, C1, A2, B2, C2, D2
COMMON / newcom / u1n,u2n,z1n,z2n,h2n,htn

expnum=1

nt2=20.
nt =10000.
g = 9.81
rho1 = 1000.
rho2 = 1200.
H1 = 4000.
H2 = 20.
nu = 100000.
lx =1000000.
dt = 1.E-2
dx = lx/n

DO ix=1,n
  x = (ix - (n/2.0))/n
  u1o(ix) = 0.
```

```

u2o(ix) = 0.
u1n(ix) = 0.
u2n(ix) = 0.
z2o(ix) = (100.* exp (-((x-0.25)**2)*1000))
z2n(ix) = (100.* exp (-((x-0.25)**2)*1000))
z1o(ix) = -z2o(ix)
z1n(ix) = -z2n(ix)

```

```

hto(ix) = H1 + H2 + z1n(ix) + z2n(ix)
htn(ix) = H1 + H2 + z1n(ix) + z2n(ix)
h2o(ix) = H2 + z2n(ix)
h2n(ix) = H2 + z2n(ix)

```

ENDDO

```

CALL OUTSUBU1(0,expnum)
CALL OUTSUBU2(0,expnum)
CALL OUTSUBZ1(0,expnum)
CALL OUTSUBZ2(0,expnum)
CALL OUTSUBH2(0,expnum)
CALL OUTSUBHT(0,expnum)

```

DO it2=1,nt2

DO it=1,nt

DO ix=2,(n-1)

```

& z1n(ix) = z1o(ix) - ((dt/(2*dx)) * (((z1o(ix+1)-z1o(ix-1))
& *u1o(ix))+((H1+z1o(ix))*(u1o(ix+1)-u1o(ix-1)))))

```

```

& z2n(ix) = z2o(ix) - ((dt/(2*dx)) * (((z2o(ix+1)-z2o(ix-1))
& *u2o(ix))+((H2+z2o(ix))*(u2o(ix+1)-u2o(ix-1)))))

```

htn(ix) = H1 + H2 +z1n(ix) + z2n(ix)

h2n(ix) = H2 + z2n(ix)

A1 = (((u1o(ix+1))**2) - ((u1o(ix-1))**2))/(4*dx)

c B1 = (g/(2*dx))*(z1o(ix+1)-z1o(ix-1))

B1 = (g/(2*dx))*(z1o(ix+1)-z1o(ix-1)+z2o(ix+1)-z2o(ix-1))

C1 =nu * ((u1o(ix+1)-2*u1o(ix)+u1o(ix-1))/(dx**2))

```

u1n(ix) = u1o(ix) -(dt*(A1+B1-C1))

A2 = (((u2o(ix+1))**2) - ((u2o(ix-1))**2))/(4*dx)

B2 = B1*rho1/rho2

c      B2 = (g/(2*dx))*(z2o(ix+1)-z2o(ix-1))*rho1/rho2

C2 =nu * ((u2o(ix+1)-2*u2o(ix)+u2o(ix-1))/(dx**2))

D2 =(g * (rho2-rho1)/rho2)*((z2o(ix+1)-z2o(ix-1))/(2*dx))

u2n(ix) = u2o(ix) -(dt * (A2+B2-C2+D2))

ENDDO

DO ix=2,(n-1)

    u1o(ix)=u1n(ix)
    u2o(ix)=u2n(ix)
    z1o(ix)=z1n(ix)
    z2o(ix)=z2n(ix)
    hto(ix) = htn(ix)
    h2o(ix) = h2n(ix)
ENDDO

u1o(1) = u1n(n-1)
u1o(n) = u1n(2)
u2o(1) = u2n(n-1)
u2o(n) = u2n(2)
z1o(1) = z1n(n-1)
z1o(n) = z1n(2)
z2o(1) = z2n(n-1)
z2o(n) = z2n(2)

hto(1) = htn(n-1)
hto(n) = htn(2)
h2o(1) = h2n(n-1)
h2o(n) = h2n(2)

ENDDO

WRITE(6,*) it2

CALL OUTSUBU1(it2,expnum)
CALL OUTSUBU2(it2,expnum)
CALL OUTSUBZ1(it2,expnum)

```

```

CALL OUTSUBZ2(it2,expnum)
CALL OUTSUBH2(it2,expnum)
CALL OUTSUBHT(it2,expnum)

ENDDO

END

c *****
c ** subroutine vitesse couche sup. **
c *****
SUBROUTINE OUTSUBU1(it2,expnum)
IMPLICIT NONE
INTEGER :: n
PARAMETER (n=1000)
INTEGER :: in
REAL(4) :: aa(n)
INTEGER :: it2,expnum
REAL(8) :: u1n(n),u2n(n),z1n(n),z2n(n),h2n(n),htn(n)
COMMON / newcom / u1n,u2n,z1n,z2n,h2n,htn
CHARACTER(4) :: filename
CHARACTER(6) :: expnumber
CHARACTER(4) :: stepnumber
CHARACTER(5) :: fileext
CHARACTER(10) :: filenameel
CHARACTER(11) :: filenameell
CHARACTER(15) :: filenameelll
CHARACTER(20) :: filenameef
c *****
c ** naming of output file **
c *****
filename="swu1"
fileext=".data"
WRITE(expnumber,FMT='(I6)') 100000+ expnum
WRITE(stepnumber,FMT='(I4)') 1000+ it2
filenameel = filename // expnumber
filenameell = filenameel // "
filenameelll = filenameell // stepnumber
filenameef = filenameelll // fileext
OPEN(UNIT=13,STATUS='NEW',FORM='FORMATTED',
&FILE=filenameef)
DO in=1,n
aa(in)=REAL(u1n(in),4)
WRITE(13,*) aa(in)
ENDDO
RETURN
END SUBROUTINE OUTSUBU1

```

```

c *****
c ** end **
c *****

c *****
c ** subroutine vitesse couche inf **
c *****
SUBROUTINE OUTSUBU2(it2,expnum)
IMPLICIT NONE
INTEGER :: n
PARAMETER (n=1000)
INTEGER :: in
REAL(4) :: aa(n)
INTEGER :: it2,expnum
REAL(8) :: u1n(n),u2n(n),z1n(n),z2n(n),h2n(n),htn(n)
COMMON / newcom / u1n,u2n,z1n,z2n,h2n,htn
CHARACTER(4) :: filename
CHARACTER(6) :: expnumber
CHARACTER(4) :: stepnumber
CHARACTER(5) :: fileext
CHARACTER(10) :: filenameel
CHARACTER(11) :: filenameell
CHARACTER(15) :: filenameelll
CHARACTER(20) :: filenameef
c *****
c ** naming of output file **
c *****
filename="swu2"
fileext=".data"
WRITE(expnumber,FMT='(I6)') 10000+ expnum
WRITE(stepnumber,FMT='(I4)') 1000+ it2
filenameel = filename // expnumber
filenameell = filenameel//"
filenameelll = filenameell // stepnumber
filenameef = filenameelll // fileext
OPEN(UNIT=13,STATUS='NEW',FORM='FORMATTED',
&FILE=filenameef)
  DO in=1,n
    aa(in)=REAL(u2n(in),4)
    WRITE(13,*) aa(in)
  ENDDO
RETURN
END SUBROUTINE OUTSUBU2
c *****
c ** end **
c *****

```

```

c *****
c ** subroutine hauteur bosse surface **
c *****
SUBROUTINE OUTSUBZ1(it2,expnum)
IMPLICIT NONE
INTEGER :: n
PARAMETER (n=1000)
INTEGER :: in
REAL(4) :: aa(n)
INTEGER :: it2,expnum
REAL(8) :: u1n(n),u2n(n),z1n(n),z2n(n),h2n(n),htn(n)
COMMON / newcom / u1n,u2n,z1n,z2n,h2n,htn
CHARACTER(4) :: filename
CHARACTER(6) :: expnumber
CHARACTER(4) :: stepnumber
CHARACTER(5) :: filext
CHARACTER(10) :: filenameel
CHARACTER(11) :: filenameell
CHARACTER(15) :: filenameelll
CHARACTER(20) :: filenameef
c *****
c ** naming of output file **
c *****
filename="swz1"
filext=".data"
WRITE(expnumber,FMT='(I6)') 100000+ expnum
WRITE(stepnumber,FMT='(I4)') 1000+ it2
filenameel = filename // expnumber
filenameell = filenameel // " "
filenameelll = filenameell // stepnumber
filenameef = filenameelll // filext
OPEN(UNIT=13,STATUS='NEW',FORM='FORMATTED',
&FILE=filenameef)
  DO in=1,n
    aa(in)=REAL(z1n(in),4)
    WRITE(13,*) aa(in)
  ENDDO
RETURN
END SUBROUTINE OUTSUBZ1
c *****
c ** end **
c *****

c *****
c ** subroutine hauteur bosse interface **
c *****
SUBROUTINE OUTSUBZ2(it2,expnum)

```

```

IMPLICIT NONE
INTEGER :: n
PARAMETER (n=1000)
INTEGER :: in
REAL(4) :: aa(n)
INTEGER :: it2,expnum
REAL(8) :: u1n(n),u2n(n),z1n(n),z2n(n),h2n(n),htn(n)
COMMON / newcom / u1n,u2n,z1n,z2n,h2n,htn
CHARACTER(4) :: filename
CHARACTER(6) :: expnumber
CHARACTER(4) :: stepnumber
CHARACTER(5) :: fileext
CHARACTER(10) :: filenameel
CHARACTER(11) :: filenameell
CHARACTER(15) :: filenameelll
CHARACTER(20) :: filenameef
c *****
c ** naming of output file **
c *****
filename="swz2"
fileext=".data"
WRITE(expnumber,FMT='(I6)') 100000+ expnum
WRITE(stepnumber,FMT='(I4)') 1000+ it2
filenameel = filename // expnumber
filenameell = filenameel // " "
filenameelll = filenameell // stepnumber
filenameef = filenameelll // fileext
OPEN(UNIT=13,STATUS='NEW',FORM='FORMATTED',
&FILE=filenameef)
  DO in=1,n
    aa(in)=REAL(z2n(in),4)
    WRITE(13,*) aa(in)
  ENDDO
RETURN
END SUBROUTINE OUTSUBZ2
c *****
c ** end **
c *****

c *****
c ** subroutine hauteur couche 2 **
c *****
SUBROUTINE OUTSUBH2(it2,expnum)
IMPLICIT NONE
INTEGER :: n
PARAMETER (n=1000)
INTEGER :: in

```

```

REAL(4) :: aa(n)
INTEGER :: it2,expnum
REAL(8) :: u1n(n),u2n(n),z1n(n),z2n(n),h2n(n),htn(n)
COMMON / newcom / u1n,u2n,z1n,z2n,h2n,htn
CHARACTER(4) :: filename
CHARACTER(6) :: expnumber
CHARACTER(4) :: stepnumber
CHARACTER(5) :: fileext
CHARACTER(10) :: filenameel
CHARACTER(11) :: filenameell
CHARACTER(15) :: filenameelll
CHARACTER(20) :: filenameef
c *****
c ** naming of output file **
c *****
filename="swh2"
fileext=".data"
WRITE(expnumber,FMT='(I6)') 10000+ expnum
WRITE(stepnumber,FMT='(I4)') 1000+ it2
filenameel = filename // expnumber
filenameell = filenameel // " "
filenameelll = filenameell // stepnumber
filenameef = filenameelll // fileext
OPEN(UNIT=13,STATUS='NEW',FORM='FORMATTED',
&FILE=filenameef)
  DO in=1,n
    aa(in)=REAL(h2n(in),4)
    WRITE(13,*) aa(in)
  ENDDO
RETURN
END SUBROUTINE OUTSUBH2
c *****
c ** end **
c *****

c *****
c ** subroutine hauteur totale **
c *****
SUBROUTINE OUTSUBHT(it2,expnum)
IMPLICIT NONE
INTEGER :: n
PARAMETER (n=1000)
INTEGER :: in
REAL(4) :: aa(n)
INTEGER :: it2,expnum
REAL(8) :: u1n(n),u2n(n),z1n(n),z2n(n),h2n(n),htn(n)
COMMON / newcom / u1n,u2n,z1n,z2n,h2n,htn

```

```

CHARACTER(4) :: filename
CHARACTER(6) :: expnumber
CHARACTER(4) :: stepnumber
CHARACTER(5) :: fileext
CHARACTER(10) :: filenameel
CHARACTER(11) :: filenameell
CHARACTER(15) :: filenameelll
CHARACTER(20) :: filenameef
c *****
c ** naming of output file **
c *****
filename="swht"
fileext=".data"
WRITE(expnumber,FMT='(I6)') 100000+ expnum
WRITE(stepnumber,FMT='(I4)') 1000+ it2
filenameel = filename // expnumber
filenameell = filenameel // " "
filenameelll = filenameell // stepnumber
filenameef = filenameelll // fileext
OPEN(UNIT=13,STATUS='NEW',FORM='FORMATTED',
&FILE=filenameef)
  DO in=1,n
    aa(in)=REAL(htn(in),4)
    WRITE(13,*) aa(in)
  ENDDO
RETURN
END SUBROUTINE OUTSUBHT
c *****
c ** end **
c *****

```

Bibliographie

- Wikipedia
- Site web du CNRS (<http://www.insu.cnrs.fr/a3384,nouvelles-precisions-faille-origine-seisme-sumatra.html>)
- *Dynamique de l'atmosphère et de l'océan* par Philippe Bourgeault et Robert Sadourny
- *A Guided Tour Through Physical Oceanography* par Achim Wirth